N° d'ordre : 18

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Michel RAVAUT
Ingénieur I. C. M. B. - E. I. E. G.

PREMIÈRE THÈSE

ASSERVISSEMENT D'OSCILLATEURS RADIO-ÉLECTRIQUES SUR UN MASER A AMMONIAC

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 26 septembre 1963, devant la Commission d'Examen

MM. P. MESNAGE — Président
J. DELHAYE, J. UEBERSFELD — Examinateurs

N° d'ordre : 18

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Michel RAVAUT

Ingénieur I. C. M. B. - E. I. E. G.

PREMIÈRE THÈSE

ASSERVISSEMENT D'OSCILLATEURS RADIO-ÉLECTRIQUES SUR UN MASER A AMMONIAC

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 26 septembre 1963, devant la Commission d'Examen

MM. P. MESNAGE — Président
J. DELHAYE, J. UEBERSFELD — Examinateurs

Université de Besançon - Faculté des Sciences

Doyen honoraire : M. GLANGEAUD

Professeurs honoraires :
MM. BAILLAUD R., JULIEN-THIRY, TRILLAT, UEBERSFELD, VINCENSIN.

Maître de conférences honoraire : M. GRANIER

Doyen : M. JACQUEMAIN, chimie appliquée

Assesseur : M. MESNAGE, chronométrie

Professeurs :

MM.	TRONCHET	Botanique.
	DUFFIEUX	Physique générale.
	CHATELET	Mathématiques.
	PERROT	Chimie générale.
	DREYFUS	Géologie-minéralogie.
	THEOBALD	Paléontologie et géologie stratigraphique.
	CROISOT	Méthodes mathématiques de la physique.
	DELHAYE	Astronomie.
	QUANTIN	Botanique.
	CHALEAT	Mécanique appliquée.
	RIPPLINGER	Zoologie.
	NAHON	Mécanique générale.
	BERNARD	Chimie-physique.

Professeur associé : M. KORRINGA, physique

Professeurs sans chaire :

MM.	RIGAL	Calcul numérique.
	POTIER	Physique des solides.
Mme	ROZIS	Physique.
MM.	THIEBAUT	Géologie-minéralogie.
	DEVIN	Chimie générale.
	GOMOT	Zoologie.

Maîtres de conférences :

MM.	VIENOT	Physique.
	MOTCHANE	Electronique.
	REAL	Zoologie.
	REMOND	Chargé d'enseignement à la Maîtrise de conférences de chronométrie.
	GOUARNE	Mathématiques.
	VALLEE	Mécanique appliquée.
	THEOBALD	Physique P. C. B. - S. P. C. N.

Conseiller administratif universitaire : M. LAMBERT

PREMIÈRE THÈSE

ASSERVISSEMENT D'OSCILLATEURS RADIOÉLECTRIQUES
SUR UN MASER A AMMONIAC

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

Ce travail a été réalisé entièrement au laboratoire de l'Horloge Atomique du Centre National de la Recherche Scientifique.

Je voudrais exprimer mes remerciements à M. le Directeur Général du Centre National de la Recherche Scientifique qui m'a permis d'effectuer ce travail dans son laboratoire.

Je voudrais exprimer aussi toute ma reconnaissance à M. UEBERSFELD, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, directeur de la section de Besançon du Laboratoire de l'Horloge Atomique, pour l'honneur qu'il m'a fait en me confiant ce travail et en le dirigeant.

Je voudrais dire ma gratitude à M. le Professeur MESNAGE, directeur de l'Ecole Nationale Supérieure de Chronométrie et Micromécanique, qui a été mon professeur et qui, le premier, m'a donné le goût d'étudier ces questions de fréquence.

Je voudrais enfin remercier tout le personnel du laboratoire pour son aide décisive et plus particulièrement M. OLIVIER, attaché de recherche au C. N. R. S., avec qui j'ai eu de fructueuses conversations, et M. GRAND, électronicien, pour son aide technique efficace.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

INTRODUCTION.

I. — THÉORIE D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE.

A) ÉTUDE MATHÉMATIQUE DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE.

1) Rappels 3
2) Eléments d'un asservissement en phase ..... 3 et 4
3) Equation différentielle d'un asservissement en phase 4
4) Régime définitif 5
5) Différence entre asservissement en phase et asservissement en fréquence. 9
6) Cas où le pilote est de forme impulsive ..... 9 - 10
7) Conclusion 10

B) ÉTUDE DE LA BOUCLE D'ASSERVISSEMENT.

1) Introduction 11
2) Fonction de transfert d'un asservissement en phase 12
3) Fonction de transfert avec filtre passe-bas R. C. 13
4) Détermination du gain statique de la boucle ..... 13 - 18
5) Comportement de l'asservissement vis-à-vis du bruit ..... 18 - 26
6) Chaîne d'asservissement avec multiplicateur ..... 26 - 28
7) Conclusion 28

II. — REALISATIONS ET RESULTATS.

A) ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN KLYSTRON SUR UN MASER.

ÉLÉMENTS DE L'ASSERVISSEMENT :

1) Description sommaire 28
2) Le maser à ammoniac 29
3) Le klystron 29
4) Alimentation du klystron 29
5) Référence auxiliaire 30
6) Le phasemètre 31
7) L'amplificateur H. F. 31

APPLICATION DE LA THÉORIE DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE :

1) Examen de la boucle d'asservissement 32
2) Régime transitoire 33
3) Ecart de traînage 35
4) Influence d'une perturbation interne 35
5) Examen de la bande de bruit 35
6) Réalisation pratique de la correction par filtre à « contrôle intégral » .... 35 - 36
7) Fonctionnement 36

B) ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN OSCILLATEUR RADIOFRÉQUENCE SUR LE KLYSTRON ASSERVI.

1) Description 37
2) Mise en œuvre - Résultats 39
3) Généralisations possibles 40

C) ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR A QUARTZ SUR UN MASER.

1) Description de l'asservissement du klystron 41
2) Méthode d'asservissement du quartz 42
3) Résultats 42

D) UTILISATION DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE POUR UNE COMPARAISON DE FRÉQUENCE.

1) Processus de la comparaison de fréquence 43
2) Sensibilité de la méthode 43
3) Pureté spectrale du signal obtenu 44
4) Résultats 44

CONCLUSION 47

BIBLIOGRAPHIE 48

DOSSIER TECHNIQUE 49

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547625_0038

INTRODUCTION

Lorsque l'on possède un étalon de fréquence il est toujours intéressant de disposer d'un ensemble de signaux ayant tous la stabilité relative de l'étalon primaire. Cet ensemble constitue ce que l'on appelle couramment un « standard de fréquence ».

Les étalons atomiques ont introduit une nouvelle classe d'étalon de fréquence. On réalise industriellement des ensembles d'exploitation fonctionnant à partir de résonateurs à césium à 9.192 MHz.

Un maser à ammoniac a une fréquence plus élevée 23.870 MHz et contrairement à l'étalon à césium, c'est un étalon actif jouant le rôle de source d'énergie hyperfréquence. Malheureusement la puissance de cette source est très faible, 10^{-9} à 10^{-11} W, ce qui rend délicates les mesures de comparaison de fréquence, en particulier la comparaison avec les étalons conventionnels à quartz.

Une des méthodes pour pallier à cet inconvénient consiste à synchroniser un oscillateur plus puissant sur le maser à ammoniac. On est alors ramené à un problème de synthèse de fréquence à partir d'une source ayant la même stabilité en fréquence que le maser mais délivrant une puissance beaucoup plus grande.

La section de Besançon du laboratoire de l'Horloge Atomique étudie des masers à ammoniac en tant qu'étalons de fréquence et notre travail s'est intégré dans le cadre des méthodes mises en œuvre pour comparer la fréquence du maser à ammoniac à celle des étalons conventionnels. Nous avons pu asservir un klystron sur un maser à ammoniac et un oscillateur radiofréquence sur ce klystron asservi. La technique d'asservissement utilisée est celle de l'asservissement en phase. Comme nous le verrons plus en détail au cours de notre exposé, l'asservissement en phase se distingue essentiellement d'un asservissement en fréquence par le fait qu'il existe un déphasage constant non nécessairement égal à zéro (plage d'accrochage) entre les deux oscillateurs. Leurs fréquences instantanées, dérivées de la phase, sont donc égales.

Dans une première partie de notre mémoire nous analyserons par deux méthodes différentes les conditions théoriques de fonctionnement d'un asservissement en phase (très analogue à un asservissement de position).

Dans la deuxième partie, nous décrirons les montages effectivement réalisés et nous donnerons quelques résultats obtenus lors d'une comparaison pratique de fréquence.

THEORIE D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE

A) ETUDE MATHEMATIQUE D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE

NOTATIONS

f_o Fréquence à l'état libre de l'oscillateur à asservir.
ω_o Pulsation à l'état libre de l'oscillateur à asservir.
E Amplitude de l'oscillateur asservi.
f Fréquence de l'oscillateur asservi.
ω Pulsation de l'oscillateur asservi.
E_r Amplitude du pilote ou référence.
f_r Fréquence du pilote ou référence.
ω_r Pulsation du pilote ou référence.
S Pente de l'organe de modulation.
φ Ecart de phase entre oscillateur et pilote.
U_c Amplitude de la tension de correction.
A Coefficient du phasemètre.

1° RAPPELS.

Notion d'écart de phase et de pulsation instantanée.

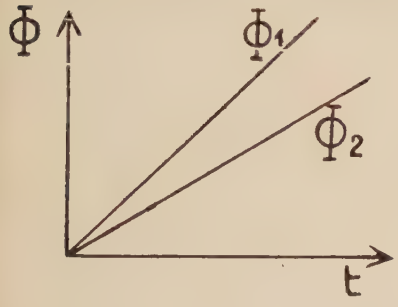
— *Ecart de phase :*

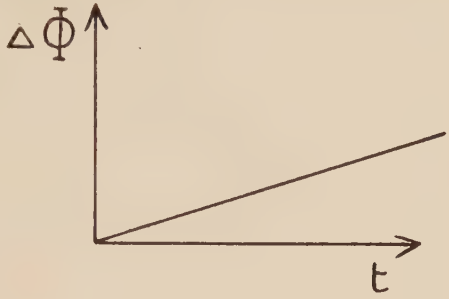
Soient deux mouvements périodiques d'expression :

$$e_1 = E_1 \sin \underbrace{\omega_1 t}_{\Phi_1} \qquad e_2 = E_2 \sin \underbrace{\omega_2 t}_{\Phi_2}$$

$\omega_1 > \omega_2$

On appelle écart ou différence de phase la valeur $\Delta\Phi = (\omega_1 - \omega_2)t$.





On peut écrire :

$$e_2 = E_2 \sin \omega_2 t$$
$$e_1 = E_1 \sin (\omega_2 t + \Delta\Phi)$$

— *Pulsation instantanée :*

On appelle pulsation instantanée la valeur $\omega_i = \dfrac{d\Phi}{dt}$

Soit $e_1 = E_1 \sin \underbrace{(\omega t + \varphi_0)}_{\Phi}$ $\qquad \varphi_0 = C^{te}$

$$\omega_i = \frac{d\Phi}{dt} = \omega$$

Soit $e_1 = E_1 \sin [\omega t + \varphi(t)]$ $\qquad \omega_i = \dfrac{d\Phi}{dt} = \omega + \dfrac{d\varphi(t)}{dt}$

Si l'on a deux signaux tels que :

$$e_1 = E_1 \sin \omega t$$
$$e_2 = E_2 \sin [\omega t + \varphi(t)]$$

l'écart de pulsation instantanée entre e_1 et e_2 vaut alors :

$$\frac{d\varphi(t)}{dt}$$

où φ est l'écart de phase.

2° ÉLÉMENTS D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE (fig. 1).

Le dispositif le plus simple qui permet de construire un asservissement en phase comprend :

a) Un auto-oscillateur délivrant un signal périodique d'amplitude E et de fréquence f_0. Cette fréquence est susceptible d'être contrôlée.

b) Un pilote ou référence qui fournit un signal périodique d'amplitude E_r et de fréquence *fr*. Ce pilote sera considéré comme un étalon de fréquence dans les applications que nous étudierons.

c) Un comparateur de phase ou phasemètre qui détecte la différence de phase entre oscillateur et référence. Ce phasemètre délivre une tension U_c fonction de l'écart de phase. Le signal U_c agit sur l'oscillateur par un organe de contrôle.

d) Un modulateur dont le rôle est de varier la fréquence de l'oscillateur. On le caractérise par son coefficient de modulation S en radians/sec./volts.

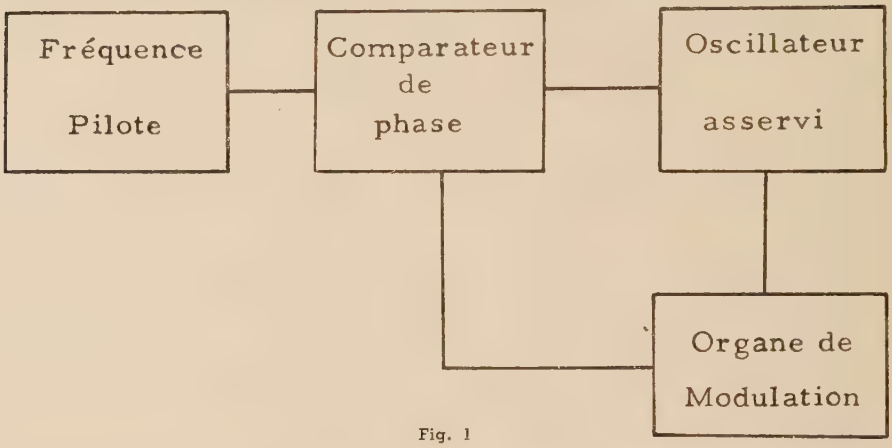


Fig. 1

3° ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE.

Supposons que les signaux de l'oscillateur à asservir et du pilote soient sinusoïdaux. La nouvelle pulsation ω de l'oscillateur s'écrit :

$$\omega = \omega_o + S\,U_c \qquad (1)$$

$S\,U_c$ représente la correction introduite par l'ensemble modulateur-phasemètre.

Plaçons-nous dans le cas où oscillateur et pilote ont des pulsations instantanées voisines et soit $\varphi(t) + \frac{\pi}{2}$ leur écart de phase. (On ajoutera $\frac{\pi}{2}$ à l'écart de phase $\varphi(t)$ pour simplifier la forme des calculs.)

$$e_r = E_r \sin \omega_r t \qquad (2)$$

$$e = E \sin \left[\omega_r t + \varphi(t) + \frac{\pi}{2} \right] \qquad (3)$$

$$\text{avec } \frac{d\varphi}{dt} << \omega_r \qquad (4)$$

Si e_r et e sont les tensions appliquées à l'entrée du phasemètre, le signal de sortie du comparateur de phase peut se mettre sous la forme :

$$U_c = A \sin [\varphi(t) + K\pi]$$

K entier.

A coefficient du phasemètre, est exprimé en volts.

Remarque. — Prendre K pair ou impair revient physiquement à inverser les entrées des signaux e_r et e sur le phasemètre. Pour la suite des calculs, nous prendrons K pair et égal à zéro.

La mise en fonctionnement de l'asservissement en phase est représentée par l'équation :

$$\omega_o + S\,U_c = \omega_r + \frac{d\varphi}{dt} \qquad (6)$$

Posons $\alpha = \omega_o - \omega_r$: différence des pulsations à l'état libre, et $G = SA$ que nous appellerons gain statique par analogie avec un servo-mécanisme où le gain statique mesure le gain de l'asservissement à la fréquence zéro. G est exprimé en radians/sec.

L'équation (6) devient :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \alpha + G \sin \varphi \qquad (7)$$

La résolution de cette équation permet d'étudier l'évolution de φ en fonction du temps.

4° RÉGIME DÉFINITIF.

Le régime définitif résultant des solutions de l'équation différentielle (7) se divise en deux cas principaux :

— L'écart de phase croît indéfiniment → asservissement impossible ;

— L'écart de phase tend vers une valeur constante → asservissement possible.

a) **Cas où l'asservissement est impossible** (fig. 2).

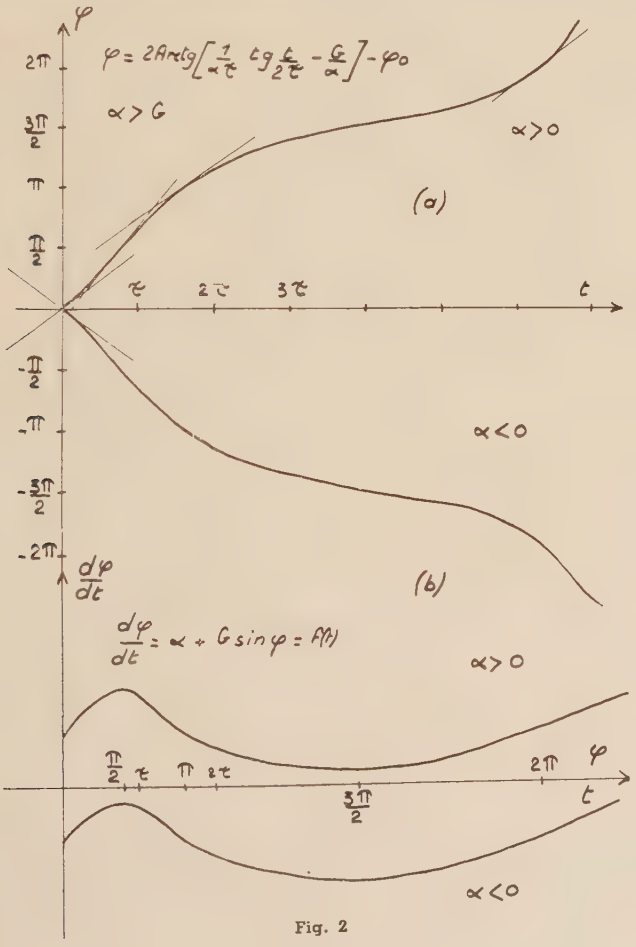


Fig. 2

L'examen de $\varphi(t)$ montre que cet état découle de l'hypothèse $\alpha > G$. Si l'oscillateur est réglé à la fréquence f_0 supérieure de $\frac{\alpha}{2\pi}$ à la fréquence du pilote telle que $\alpha > G$, l'écart de phase oscillateur-pilote croît indéfiniment avec le temps.

Le changement de signe de α consiste à régler l'oscillateur à une fréquence inférieure à celle du pilote ; l'écart de phase tend alors vers $-\infty$.

L'allure de $\frac{d\varphi}{dt}$, écart de pulsation instantanée, confirme ces résultats. $\frac{d\varphi}{dt}$ ne s'annule jamais et demeure positif pour $\alpha > 0$ et $\varphi \to +\infty$, ou négatif pour $\alpha < 0$.

L'effet du circuit d'asservissement en phase ne se traduit que par une modulation de fréquence.

b) **Cas où l'asservissement est théoriquement possible** (fig. 3).

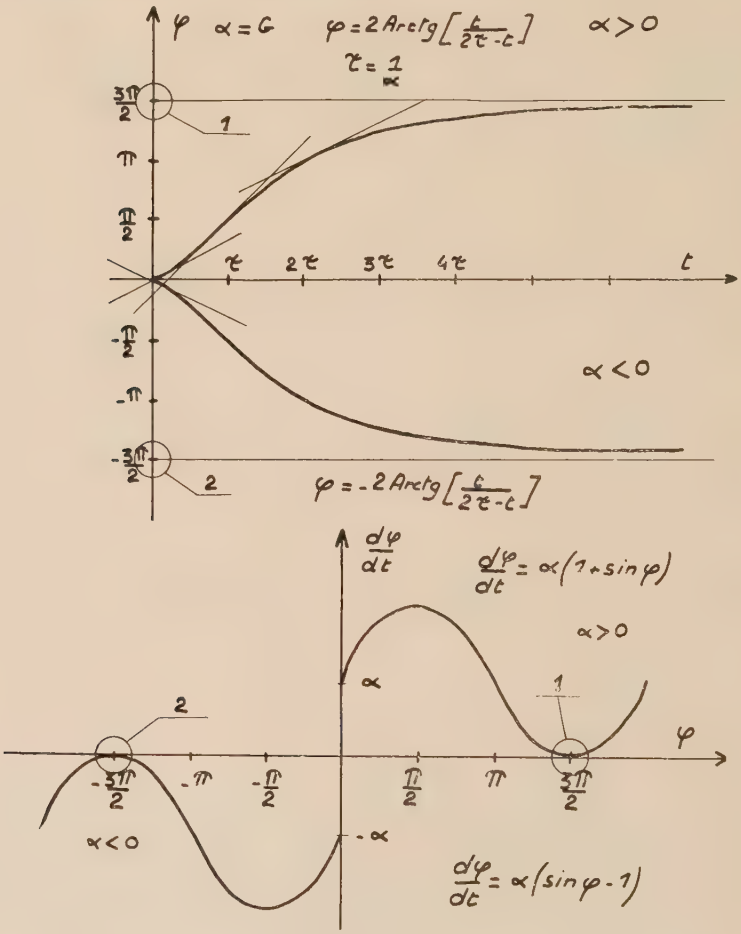


Fig. 3

Le réglage de $\alpha = G$ donne une solution de l'équation tendant vers l'asymptote stable $+\frac{3\pi}{2}$ pour $\alpha > 0$ et $-\frac{3\pi}{2}$ pour $\alpha < 0$. Si l'oscillateur est

réglé à la fréquence f_0 différence de $\frac{\alpha}{2\pi}$ de la fréquence du pilote, l'écart de phase φ initialement nul tend vers $+\frac{3\pi}{2}$ ou $-\frac{3\pi}{2}$ selon le signe de α.

L'examen de $\frac{d\varphi}{dt}$ confirme cette évolution, $\frac{d\varphi}{dt}$ s'annule pour $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ si $\alpha < 0$ et $-\frac{3\pi}{2}$ pour $\alpha < 0$. Il y a théoriquement possibilité d'asservissement, mais ces positions sont semi-stables, donc à rejeter en pratique.

Considérons l'asymptote $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{d\varphi}{dt} = 0$; donnons un accroissement $\Delta\varphi > 0$, $\frac{d\varphi}{dt}$ devient > 0, $\Delta\varphi$ a tendance à augmenter et l'on s'écarte de l'asymptote. Pour un accroissement $\Delta\varphi < 0$, $\frac{d\varphi}{dt} > 0$, on est ramené sur l'asymptote. L'asservissement ne corrige les perturbations que dans un sens. La discussion de l'asymptote $-\frac{3\pi}{2}$ est identique et conduit au même résultat. On est en présence d'un cas limite théoriquement possible, pratiquement instable.

c) **Cas d'un asservissement pratiquement possible** (fig. 4).

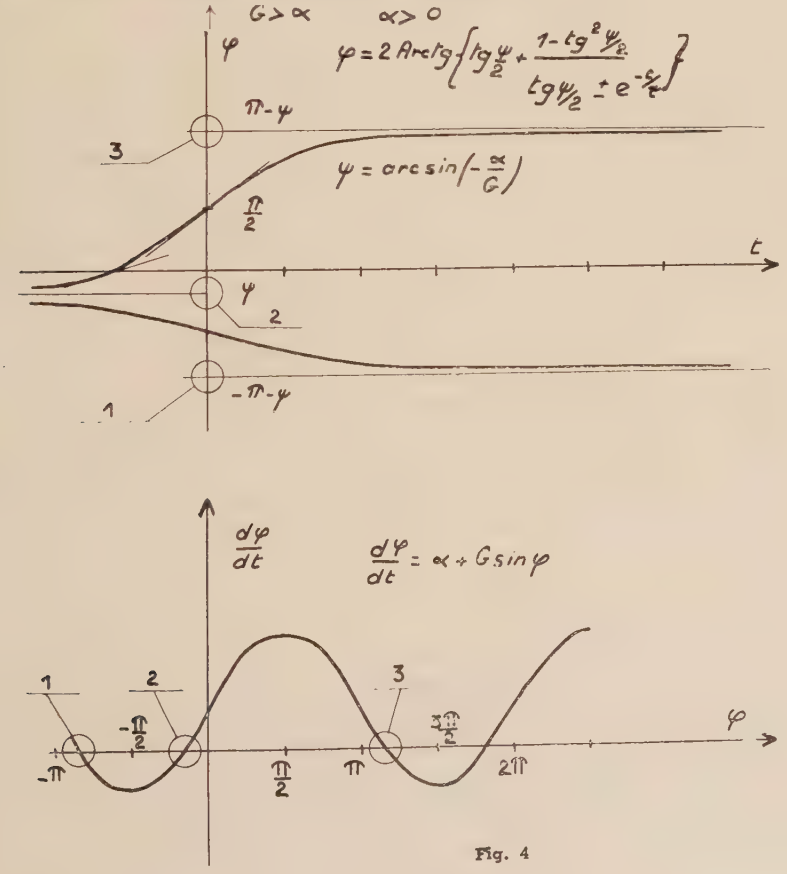


Fig. 4

Le réglage $\alpha < G$ donne deux asymptotes stables d'où un asservissement possible avec des écarts de phase de $\pi - \psi$ et $-\pi - \psi$ pour $\alpha > 0$. L'analyse mathématique donne une troisième solution $\varphi = \psi$. Cette solution instable n'a pas de réalité physique, elle ne se maintient que pour un asservissement sans perturbation. Un accroissement $\Delta\varphi > 0$ donne un $\frac{d\varphi}{dt} > 0$ et φ croît jusqu'à l'asymptote stable $\pi - \psi$, de même un accroissement $\Delta\varphi < 0$ fait tendre φ vers $-\pi - \psi$. La valeur de ψ dépend de α et G.

La discussion se mène de la même manière pour $\alpha < 0$; les asymptotes changent alors de signe.

d) **Cas limite** (fig. 5).

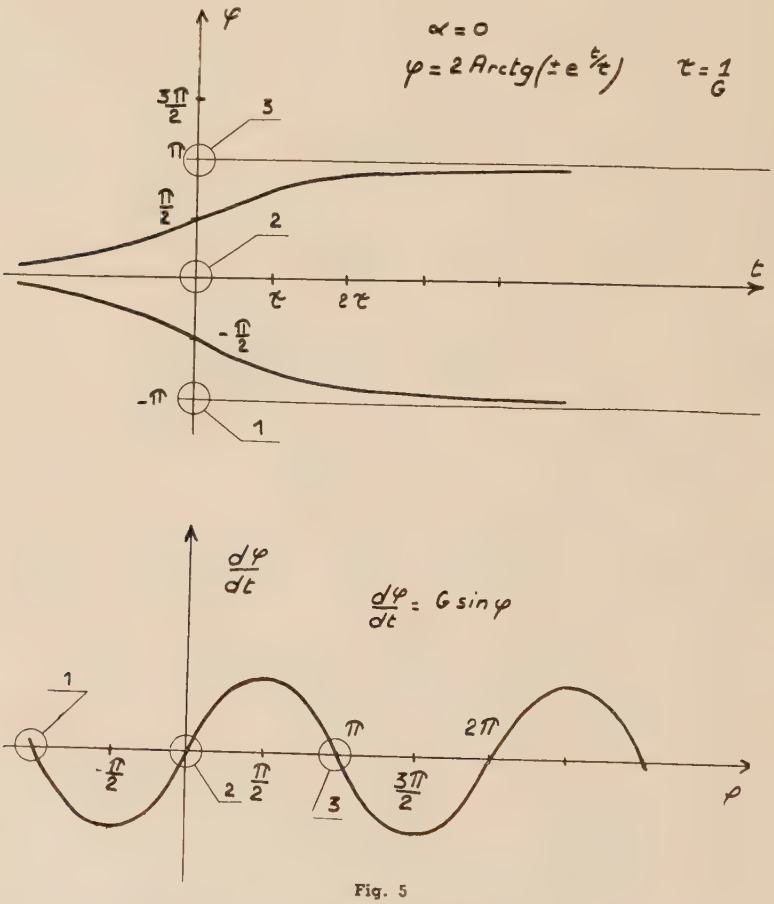


Fig. 5

Pour $\alpha = 0$, oscillateurs réglés à la même fréquence, on aboutit aux deux solutions stables $+\pi$ et $-\pi$. L'asymptote $\varphi = 0$ se discute comme l'asymptote $\varphi = \psi$ du cas précédent. Cette solution n'a pas d'intérêt pratique, le rôle de l'asservissement en phase se limite à fixer le déphasage φ à π ou $-\pi$.

Les résultats de cette analyse montre que l'asservissement ne sera possible que si $|\alpha| \leqslant G$, G gain statique définit donc la bande possible d'asservissement ou plage d'accrochage.

5° DIFFÉRENCE ENTRE ASSERVISSEMENT EN PHASE ET ASSERVISSEMENT EN FRÉQUENCE.

On peut comparer l'équation (7) régissant l'asservissement en phase aux équations habituelles d'asservissement par réaction. La quantité α est l'écart entre la pulsation libre ω_o et la pulsation ω_r. Posons $\alpha = \text{«}\Delta\omega_i\text{»}$, écart initial. La quantité $\frac{d\varphi}{dt}$ mesure l'écart « résultant » existant après fermeture du circuit.

Posons $\frac{d\varphi}{dt} = \text{«}\Delta\omega_r\text{»}$, « écart résultant ». La quantité $G \sin \varphi = S\, U_c$ est l'écart de «correction» $\rightarrow$ «$\Delta\omega_c$».

L'équation (7) devient :

$$\Delta\omega_r = \Delta\omega_i + \Delta\omega_c \qquad (8)$$

Dans un circuit d'asservissement en fréquence, on tire $\Delta\omega_c$ de $\Delta\omega_r$ écart résultant,

$$\Delta\omega_c = K\Delta\omega_r$$

K est le gain de la boucle.

(8) devient $\Delta\omega_r = \dfrac{\Delta\omega_i}{1 - K}$ $\qquad K >> 1$

L'écart résultant est K fois plus petit que l'écart initial. Ce processus laisse toujours à l'écart résultant une valeur finie, erreur de tout asservissement en fréquence.

La particularité de l'asservissement en phase consiste à rendre $\Delta\omega_c$ proportionnel non pas à $\Delta\omega_r = \dfrac{d\varphi}{dt}$ mais à son intégrale φ, plus exactement à sin φ. C'est la caractéristique de ce circuit qui fait que φ tendant vers une constante, $\Delta\omega_r$ pourra tendre vers zéro. Cet écart de phase résiduel φ joue le rôle de l'écart de fréquence d'un asservissement en fréquence. Un examen approfondi montrera plus loin comment le système se comporte vis-à-vis de rapides perturbations de fréquence.

6° CAS OU LE PILOTE EST DE FORME IMPULSIVE.

Soit un pilote délivrant des impulsions de période $\frac{2\pi}{\omega}$, riches en harmoniques. On veut asservir l'oscillateur sur le *p*ième de ces harmoniques. LABIN [7], par le calcul suivant, a démontré que cette situation se ramène au cas général.

Supposons que manuellement on amène $\omega \simeq p\omega_r$ avec $\frac{d\varphi}{dt} << \omega_r$. Nous avons :

pour le pilote

$$e_r = \sum_{n=-N}^{n=+N} A_n e^{j n \omega_r t}$$

pour l'oscillateur

$$e = \frac{1}{2} E \left[e^{j[\omega t + \varphi(t)]} + e^{-j[\omega t + \varphi(t)]} \right]$$

Le phasemètre suivi d'un filtre passe-bas compose la valeur moyenne du produit $e_r.e$. Ce produit, de période $\frac{2\pi}{\omega_r}$, a pour valeur moyenne :

$$u = \frac{KE\omega_r}{4\pi} \sum_n \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_r}} A_n e^{j[(n\omega_r + \omega)t + \varphi(t)]}\, dt +$$

$$+ \frac{4E\omega_r}{4\pi} \sum_n \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_r}} A_n e^{j[(n\omega_r - \omega)t + \varphi(t)]}\, dt \cdot$$

Supposons que pour une période $\frac{2\pi}{\omega_r}$, φ reste constant, l'intégration donne :

$$u = \frac{KE\omega_r}{4\pi} \left\{ e^{j\varphi} \sum_n \frac{A_n}{j(n\omega_r + \omega)} \left[e^{j(n\omega_r + \omega)t} \right]_o^{\frac{2\pi}{\omega_r}} + \right.$$

$$\left. + e^{-j\varphi} \sum_n \frac{A_n}{j(n\omega_r - \omega)} \left[e^{j(n\omega_r - \omega)t} \right]_o^{\frac{2\pi}{\omega_r}} \right\}$$

Enfin, si $\omega = p\omega_r$, il vient :

$$u = \frac{KE}{4\pi} \left\{ e^{j\varphi} \sum_n A_n \frac{e^{j(n+p)2\pi} - 1}{j(n+p)} + e^{-j\varphi} \sum_n A_n \frac{e^{j(n-p)2\pi} - 1}{j(n-p)} \right\}$$

Posons $x = n + p$ $\quad x' = n - p$

u est nul sauf pour $x = 0$ et $x' = 0$. On a alors :

$$u = \frac{KE}{2} \left[A_{-p} e^{j\varphi} + A_p e^{-j\varphi} \right]$$

avec $A_p = E_{r(p)}\, e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{(p)}\right)}$

d'où $u = KE_{r(p)}\, E \sin [\varphi(t) + \varphi_{(p)}]$

En utilisant cette expression et en posant :

$$\alpha = \omega_o - \omega = \omega_o - p\omega_r$$

$$G = S\, K\, E_{r(p)}\, E$$

Il vient :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \alpha + G \sin [\varphi + \varphi_{(p)}] \qquad 7\ bis$$

Cette équation s'étudie comme (7) et donne des résultats identiques. L'apparition de $\varphi_{(p)}$ est due au fait que l'on a repéré la phase à partir de l'impulsion complète alors que l'on travaille avec le pième harmonique.

La synchronisation sur un harmonique est donc possible. Nous l'avons d'ailleurs réalisée sur le 50ième harmonique d'impulsions à 100 kHz.

7° CONCLUSION.

Cette méthode d'analyse de l'asservissement en phase permet de déterminer l'allure du régime transitoire et du régime établi. On peut calculer la « bande passante » de l'asservissement. Une analyse plus fine, en particulier des risques d'auto-oscillation et du comportement de l'asservissement vis-à-vis du bruit, n'est pas simple par ce procédé.

Remarque. — On peut discuter géométriquement le cas $\alpha < G$ en utilisant le graphique ci-dessous.

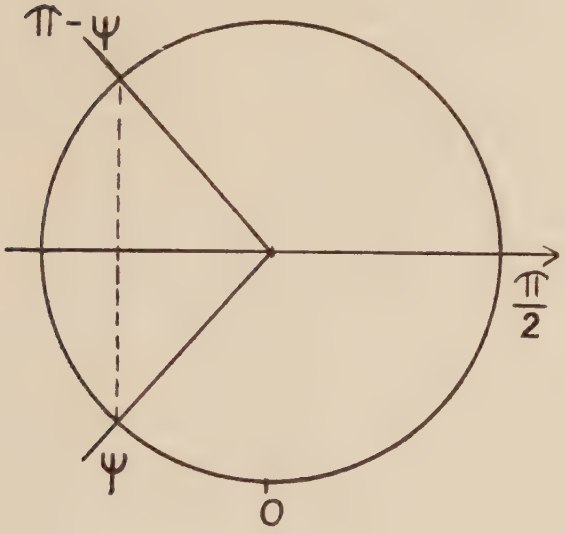
On a $\frac{d\varphi}{dt} = \alpha + G \sin \varphi$

En régime asservi : $\frac{d\varphi}{dt} = 0$

$$0 = \alpha + G \sin \varphi$$

$$\sin \psi = -\frac{\alpha}{G} \quad ; \quad \psi = \arcsin -\frac{\alpha}{G}$$

d'où $$\frac{d\varphi}{dt} = [G \sin \varphi - \sin \psi]$$



$\frac{d\varphi}{dt} > 0$ pour φ compris sur le grand arc $\overset{\frown}{\psi, \pi - \psi}$

$\frac{d\varphi}{dt} < 0$ pour φ compris sur le petit arc $\overset{\frown}{\psi, \pi - \psi}$

$\frac{d\varphi}{dt} = 0$ pour $\varphi = \psi$ et $\varphi = \pi - \psi$

Au point $\varphi = \psi$ donnons un accroissement $\Delta\varphi > 0$ $\frac{d\varphi}{dt} > 0$ φ croît.

$\Delta\varphi < 0$ $\frac{d\varphi}{dt} < 0$ φ décroît.

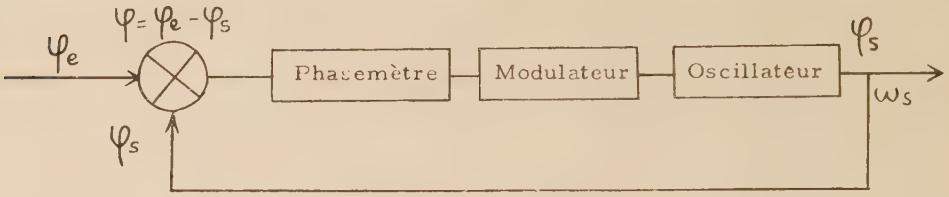
$\varphi = \psi$ est une position d'équilibre instable.
$\varphi = \pi - \psi$ par contre, est une position d'équilibre stable.

B) ETUDE DE LA BOUCLE D'ASSERVISSEMENT

1° INTRODUCTION.

On peut analyser un asservissement en phase par les mêmes méthodes que celles utilisées dans les asservissements plus classiques comme ceux de position. Nous introduirons les notions de fonctions de transfert de réponse indicielle et de bande passante.

2° FONCTION DE TRANSFERT D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE.



La chaîne d'asservissement se met sous la forme classique : φ_e et φ_s sont respectivement les variations de Φ_e et de Φ_s, phases totales de la référence et de l'oscillateur. On peut définir φ_e et φ_s comme suit :

Supposons les pulsations de l'oscillateur et de la référence voisines.

Soit $e_e = E_e \sin \Phi_e$ et $e_s = E_s \sin \Phi_s$

$\Phi_e = \omega_r t + \varphi_e(t)$ $\Phi_s = \omega_r t + \varphi_s(t)$

φ_e et φ_s sont mesurées par rapport à une origine tournant à la vitesse angulaire ω_r.

Le phasemètre a pour fonction de transfert :

$$U_c = A \sin [\Phi_e - \Phi_s] = A \sin [\varphi_e(t) - \varphi_s(t)] = A \sin \varphi$$

Le modulateur a pour fonction de transfert :

$$\frac{d\varphi_s(t)}{dt} = S\, U_c(t)$$

En transformée de Laplace :

$$p\varphi_s(p) = S\, U_c(p)$$

$$p\varphi_s(p) = S\, A \sin \varphi$$

Si φ est petit :

$$p\varphi_s(p) = SA\varphi$$

d'où la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi(p)} = AS \cdot \frac{1}{p} = \frac{G}{p} \qquad G \text{ gain statique} \qquad (8)$$

(8) est la fonction de transfert en boucle ouverte d'un intégrateur parfait. En coordonnées semi-logarithmiques, (8) a pour diagramme asymptotique une droite de pente —6*db* par octave (fig. 6a). La fréquence de coupure, qui vaut $f_c = \frac{G}{2\pi}$, définit la bande passante à —6db de l'asservissement. La plage d'accrochage se détermine comme suit.

On a :

$$p\varphi_s = G \sin \varphi$$

$$p(\varphi_e - \varphi) = G \sin \varphi$$

$$p\varphi_e = G \sin \varphi + p\varphi$$

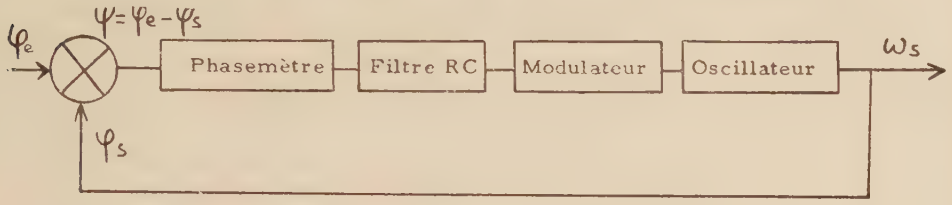
En régime asservi, on peut écrire :

$$\Delta\omega_R = G \sin \varphi$$

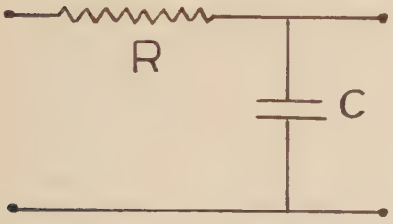
où $\Delta\omega_R$ représente la variation de pulsation de la référence.
La plage d'accrochage se mesure par $\Delta\omega_{R\,MAX} = \pm G$ valeur identique à celle trouvée plus haut.

L'asservissement en phase considéré comme intégrateur ne décrit qu'imparfaitement les cas pratiques. Un filtre passe-bas est nécessaire, il sélectionne le signal U_e et atténue les tensions de fréquence $\frac{\omega r}{2\pi}$.

3° FONCTION DE TRANSFERT AVEC FILTRE PASSE-BAS RC.



Fonction de transfert du filtre passe-bas RC :



$$F_{(p)} = \frac{1}{1 + Tp} \qquad T = RC$$

La fonction de transfert en boucle ouverte devient :

$$\frac{\varphi_{s(p)}}{\varphi_{(p)}} = A\,S \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + Tp} = \frac{G}{p} \cdot \frac{1}{1 + Tp} \qquad (9)$$

(9) est la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement muni d'un filtre RC. En coordonnées semi-logarithmiques, (9) présente une pente de —6*db* par octave jusqu'au point de cassure $\omega = \frac{1}{RC}$ et — 12 db par octave au-delà (fig. 6b).

4° DÉTERMINATION DU GAIN STATIQUE DE LA BOUCLE.

Un asservissement du second ordre tel que celui défini par (9) n'a théoriquement pas de régime instable. Cependant, des retards parasites peuvent entraîner un régime oscillatoire et le réglage du gain statique G se fera en adoptant une marge de sécurité suffisante pour éviter les oscillations.

a) Critère de l'acuité à la résonance.

Ce critère, utilisé par les servo-mécaniciens, détermine graphiquement le gain statique G d'une boucle d'asservissement en adoptant un compromis entre la stabilité et la précision optimum. Le choix de cet optimum se fait en fixant une marge de phase et de gain suffisante par rapport au point critique de régime instable (—1, π). Les courbes de gain et de phase tracées en coordonnées semi-logarithmiques sont reportées dans l'abaque de Black qui permet de passer graphiquement de la fonction de transfert en boucle ouverte à la fonction de transfert en boucle fermée. Le facteur de résonance Q est défini par le rapport entre le maximum du gain et sa valeur à la fréquence zéro. On lui donne en général la valeur 1,3 (2,3 db dans l'abaque de Black) réalisant un bon compromis entre la stabilité et la précision (marge de gain $\simeq$ 15 db et marge de phase $\simeq$ 50°). La méthode graphique consiste

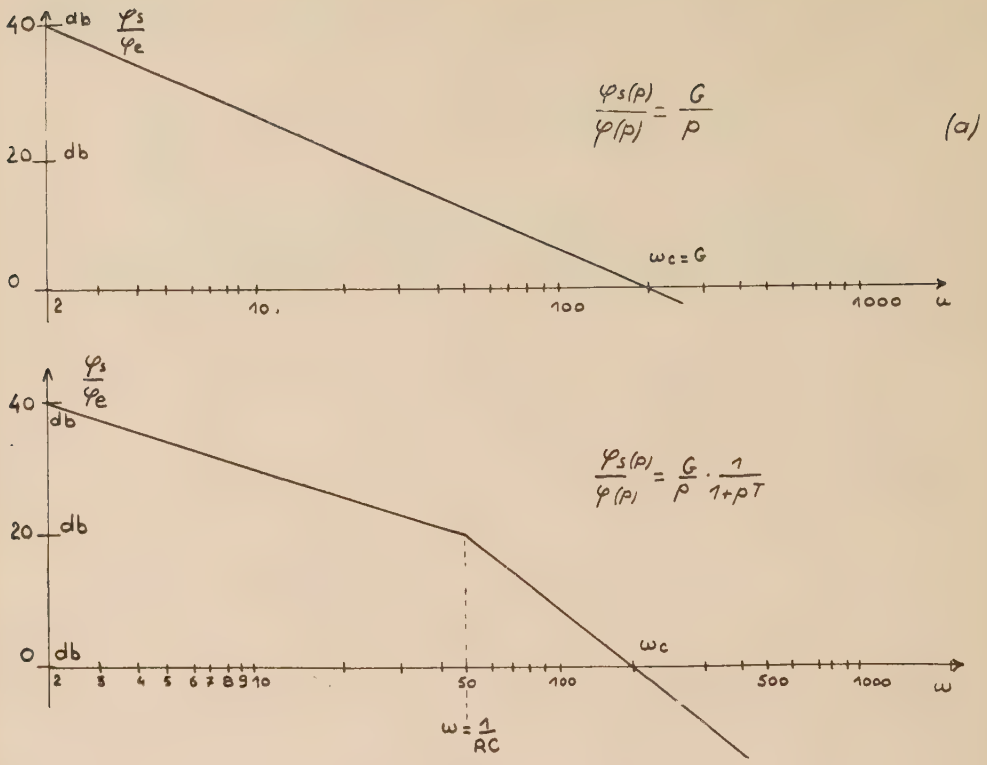


Fig. 6

à régler le gain statique : on amène le tracé de la fonction de transfert à être tangent au contour 2,3 db de l'abaque de Black. Le point de tangence permet de déterminer par ailleurs ω_R pulsation de résonance, la courbe de Black étant graduée en pulsations.

b) **Méthode de la réponse indicielle.**

Cette méthode étudie la réponse d'un servo-mécanisme pour un signal d'entrée ayant la forme d'un échelon.

Fonction de transfert en système du boucle fermée :

1. *Cas de l'asservissement sans filtre passe-bas :*

$$\frac{\varphi_{s(p)}}{\varphi_{e(p)}} = \frac{G}{p + G}$$

Appliquons à l'entrée une brusque discontinuité de phase. Soit un échelon de phase :

$$\varphi_e = \frac{\varphi}{p}$$

$$\varphi_s = \frac{\varphi}{p} \cdot \frac{G}{p + G}$$

$$\varphi_s(t) = \frac{\varphi}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{Ge^{pt}}{p(p + G)} \cdot dp$$

$$\varphi_s(t) = \varphi\left(1 - e^{-Gt}\right) \tag{10}$$

La réponse du système est d'autant plus rapide que G est grand (fig. 7).

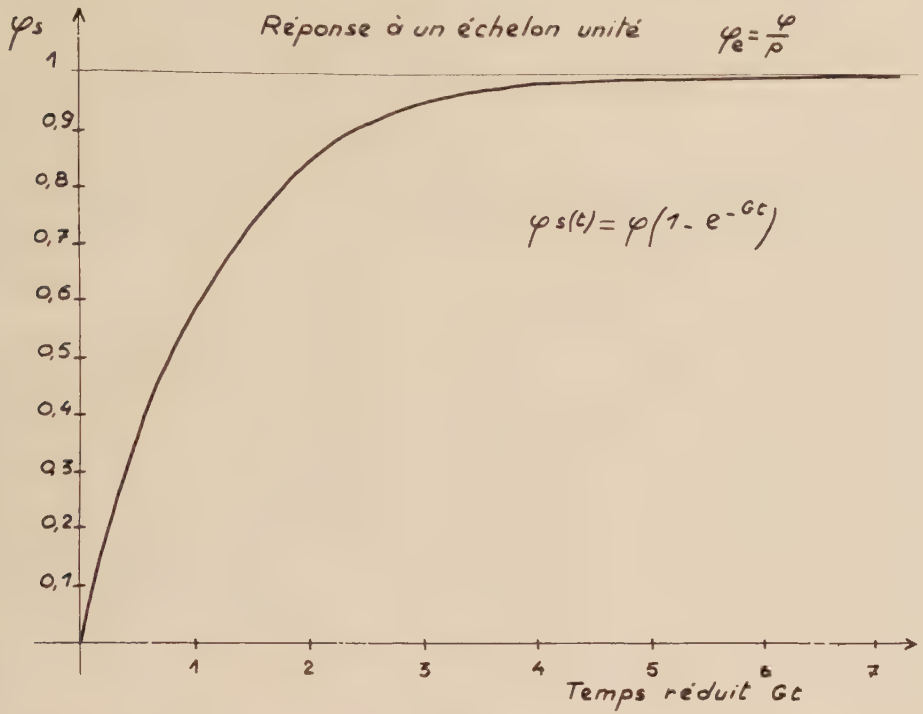


Fig. 7

Remarque. — L'erreur due à un échelon de phase est nulle lorsque le régime est établi :

$$\varphi_s(t) \to \varphi \quad \text{pour} \quad t \to \infty$$

2. *Cas où l'asservissement comporte un filtre passe-bas, filtre du type RC :*

On a :

$$\frac{\varphi_{s(p)}}{\varphi_{e(p)}} = \frac{G}{p^2T + p + G}$$

Appliquons un échelon de phase $\frac{\varphi}{p}$

$$\varphi_{s(p)} = \frac{\varphi \cdot G}{p(p^2T + p + G)} \qquad \text{avec } T = RC$$

Posons $\omega^2_{o,n} = \frac{G}{T}$ et $z_o = \frac{1}{2\sqrt{GT}}$ (11)

$\omega_{o,n}$ étant la pulsation propre du système non amorti,
z_o étant le facteur d'amortissement du système.

L'équation devient :

$$\varphi_{s(p)} = \frac{\varphi}{p} \cdot \frac{\omega_{o,n}^2}{p^2 + 2z_o\omega_{o,n}p + \omega_{o,n}^2}$$

L'allure du régime transitoire dépend essentiellement de l'amortissement. La discussion classique donne :

— si $z_o < 1$ pour $\varphi = 1$

$$\varphi_s = 1 + Ae^{-z_o\omega_{o,n}\cdot t} \sin (\omega_{o,n} \sqrt{1 - z_o^2} \cdot t + \psi)$$

avec $\operatorname{tg} \psi = \dfrac{\sqrt{1 - z_o^2}}{2}$; $\cos \psi = - z_o$

$$A = \frac{- 1}{\sin \psi}$$

On obtient un régime oscillatoire formé d'oscillations de pulsation $\omega_{o,n}\sqrt{1 - z_o^2}$ amorties par $e^{-z_o\omega_{o,n}.t}$

— si $z_o > 1$ on a :

$$\varphi_s = 1 + Ae^{-at} + Be^{-bt}$$

$-a$ et $-b$ étant les racines de $p^2 + 2z_o\omega_{o,n}.p + \omega_{o,n}^2 = 0$

$$A = \frac{b}{a - b} \qquad B = \frac{- a}{a - b}$$

On obtient un régime transitoire apériodique, somme de deux exponentielles.

— si $z_o = 1$ on a un amortissement critique :

$$\varphi_s = 1 - e^{-\omega_{o,n}\cdot t} \cdot (1 + \omega_{o,n}.t)$$

Toutes ces courbes sont représentées sur la figure **8** avec en abscisse le temps réduit $\dfrac{\omega_{o,n}}{2\pi} \cdot t$

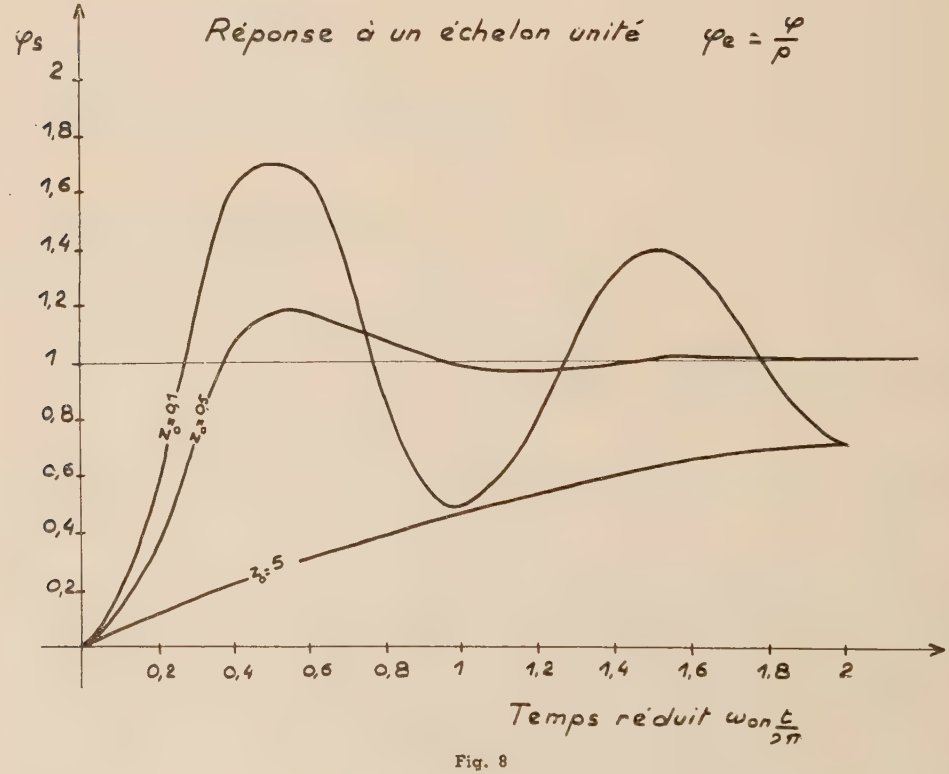


Fig. 8

Remarque 1. — Le facteur de résonance Q est lié à z_o par la relation $Q = \frac{1}{2} z_o \sqrt{1 - z_o^2}$. Un facteur de résonance égal à 2,3 db correspond à $z_o \simeq 0{,}45$.

La fréquence de résonance $\frac{\omega_R}{2\pi}$, fréquence pour laquelle Q est maximum, est donnée par $\omega_R = \omega_{o,n} \sqrt{1 - 2z_o^2}$.

L'examen du régime transitoire permet de choisir z_o et si T est fixé par des conditions de filtrage, on peut calculer G.

Remarque 2. — Dans le cas d'un régime apériodique, seul intéressant en pratique, on voit que l'erreur en régime établi (erreur due à un échelon de phase) est nulle.

$$\varphi_s(t) \to 1 \quad \text{pour} \quad t \to \infty$$

c) Ecart de traînage en régime établi.

On appelle écart de traînage l'erreur de position subsistant à la sortie d'un servo-mécanisme lorsque l'on applique à son entrée une brusque variation de vitesse.

Dans le cas d'un asservissement en phase, l'écart de trainage mesure le déphasage résultant d'un saut de fréquence de la référence. Cette erreur résiduelle $\delta\varphi(t)$ se calcule à l'aide du théorème de la valeur finale qui permet de trouver la valeur de $\delta\varphi(t)$ pour $t \to \infty$ en prenant la limite pour $p > 0$ de $p.\varphi(p)$.

— *Cas d'un asservissement non équipé de filtre :*

Soit une variation α_o de la pulsation d'entrée.

$$\varphi_e(t) = \alpha_o t$$

$$\varphi_{e(p)} = \frac{\alpha_o}{p^2}$$

avec : $$\varphi_{(p)} = \varphi_{e(p)} - \varphi_{s(p)}$$

Soit : $$\varphi_{(p)} = \varphi_{e(p)} \cdot \frac{p}{p + G}$$

d'où : $$\delta\varphi(t) = \lim_{\substack{t \to \infty \\ p \to 0}} \left[p \cdot \frac{\alpha_o}{p^2} \cdot \frac{p}{p + G} \right] = \frac{\alpha_o}{G}$$

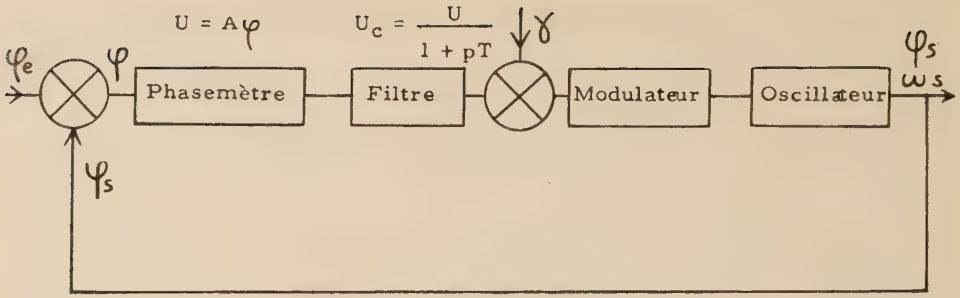
— *Cas d'un asservissement équipé d'un filtre passe-bas RC :*

On a : $$\delta\varphi(t) = \lim_{\substack{t \to \infty \\ p \to 0}} \left[p \cdot \frac{\alpha_o}{p^2} \cdot \frac{p(1 + pT)}{G + p(1 + pT)} \right] = \frac{\alpha_o}{G}$$

Ces résultats montrent que l'erreur de phase entraînée par un saut de fréquence de la référence est inversement proportionnelle au gain statique G.

d) Cas d'une perturbation appliquée dans la chaîne d'asservissement.

Envisageons le cas où l'on applique une perturbation à l'entrée du modulateur. Supposons que cette perturbation ait la forme d'un échelon de tension d'amplitude γ. Avec un asservissement non muni de filtre passe-bas, l'erreur résultante se mesure par $\delta\varphi$ pour $t \to \infty$.



On a :

$$\varphi(p) = \frac{\gamma}{p} \cdot \frac{S}{p + G}$$

$$\delta\varphi(t) = \lim_{t \to \infty \quad p \to 0} \left[p \cdot \frac{\gamma}{p} \cdot \frac{S}{p + G} \right] = \frac{\gamma}{A}$$

avec $\gamma < \frac{G}{S}$ pour éviter le décrochage du servo-mécanisme.

Pour un asservissement équipé d'un filtre passe-bas RC, l'erreur devient :

$$\delta\varphi(t) = \lim_{t \to \infty \quad p \to 0} \left[p \cdot \frac{\gamma}{p} \cdot \frac{S(1 + pT)}{p(1 + pT) + G} \right] = \frac{\gamma}{A}$$

Ces résultats montrent que l'erreur de phase résultant d'une perturbation appliquée à l'entrée du modulateur est d'autant plus petite que A est grand.

Pour un gain statique G donné, on a intérêt à choisir A grand et S petit, ce qui réduit l'influence des perturbations.

5° COMPORTEMENT DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE VIS A VIS DU BRUIT.

a) Etude sommaire du bruit.

La présence d'un bruit de fond qui se superpose aux signaux en présence, nécessite l'étude du comportement de l'asservissement vis-à-vis du bruit. On fera d'abord une analyse sommaire des différentes sources de bruit en les divisant en trois catégories :

— bruit propre à l'oscillateur,

— bruit propre au signal de référence,

— bruit propre aux éléments à la chaîne d'asservissement.

1. *Bruit propre à l'oscillateur* [3] :

Il y a deux causes principales de fluctuations aléatoires :

— Perturbations de nature macroscopique telles que les variations de température des éléments du circuit, chocs mécaniques, etc. ;

— Perturbations de nature microscopique, d'origine atomique moléculaire ou électronique.

Dans le cas d'un oscillateur radio-électrique, l'évaluation du carré moyen des fluctuations de phase de nature microscopique pour un temps t donne :

$$\overline{\Delta\Phi^2} = \frac{1}{a_s^2} \, K \, T \, r\omega_s^2 t$$

a_s : amplitude théorique de régime.

r : résistance génératrice de bruit.

t : temps d'observation.

2. *Bruit propre au signal de référence :*

Dans le cas où l'on utilise un maser à ammoniac comme référence, la détection harmonique utilisée avec un amplificateur à large bande donne un faible rapport signal sur bruit. L'amélioration de ce dernier peut être faite en diminuant la bande passante de l'ensemble de détection, mais on est limité dans cette voie par les conditions de fonctionnement de l'asservissement.

En général, dans les cas classiques d'asservissement en phase, la référence a un bon rapport signal sur bruit et peut être considérée comme monochromatique.

3. *Bruit propre aux éléments de l'asservissement :*

L'utilisation d'éléments électroniques introduit inévitablement un bruit parasite qui se superpose aux signaux en présence. Ce bruit de fond est dû principalement :

— à l'effet Johnson, encore appelé bruit de Nyquist. Ce bruit, d'origine thermique, se manifeste dans les résistances.

— à l'effet Schottky, encore appelé « bruit de grenaille » ; il est dû aux mécanismes d'émission des cathodes.

— à l'effet de scintillation. Son influence est secondaire en haute fréquence.

b) **Action de l'asservissement sur les composantes de bruit.**

L'asservissement en phase appartient à la catégorie des régulateurs. Si l'on suppose le signal de référence monochromatique, l'asservissement en phase tend à purifier le spectre de l'oscillateur en diminuant les composantes parasites contenues dans la bande passante de l'asservissement. Par contre, si le signal de référence présente des fluctuations de phase parasites, l'asservissement contraint l'oscillateur à reproduire ces fluctuations.

Le point sensible de l'asservissement est l'entrée du modulateur ; toute composante de bruit présente à ce point, se traduit par une modulation parasite. Si l'asservissement corrige les fluctuations parasites contenues dans sa bande passante, il reste inefficace pour des perturbations extérieures à sa bande passante. Une étude plus détaillée peut être faite en calculant la bande de bruit de l'asservissement.

c) **Bande de bruit.**

GEORGE [1] indique que l'erreur de phase entraînée par des fluctuations parasites, est proportionnelle à la bande de bruits définie comme :

$$F_B = \int_0^{+\infty} \left| \frac{\varphi_s}{\varphi_e} j\omega \right|^2 d\omega$$

où $\frac{\varphi_s}{\varphi_e}$ est la fonction de transfert en boucle fermée.

1. *Cas d'un asservissement sans filtre passe-bas :*

La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit :

$$\frac{\varphi_s}{\varphi_e} = \frac{G}{p + G} \quad \text{d'où} \quad F_B = \int_0^{+\infty} \left| \frac{G}{j\omega + G} \right|^2 d\omega$$

$$F_B = \frac{G\pi}{2}$$

On remarque que la bande de bruit est proportionnelle à G. Plus haut, on a vu que l'écart de traînage diminue si G croît, la plage d'accrochage augmentant avec G. Une plage d'accrochage étendue assortie d'une grande précision, est donc incompatible avec une faible sensibilité au bruit.

2. *Cas d'un asservissement avec filtre passe-bas RC :*

La fonction de transfert en boucle fermée devient :

$$\frac{\varphi_s}{\varphi_e} = \frac{G}{p^2T + p + G} \tag{12}$$

d'où,
$$F_B = \int_0^{+\infty} \left| \frac{G}{-\omega^2 T + j\omega + G} \right|^2 d\omega$$

En utilisant (12), il vient :

$$F_B = \omega_{o,n} \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{o,n}}\right)^2 (4z_o^2 - 2) + \left(\frac{\omega}{\omega_{o,n}}\right)} d \frac{\omega}{\omega_{o,n}}$$

$$\text{Soit, } F_B = \frac{\pi}{4z_o} \omega_{o,n} = G \frac{\pi}{2} \tag{13}$$

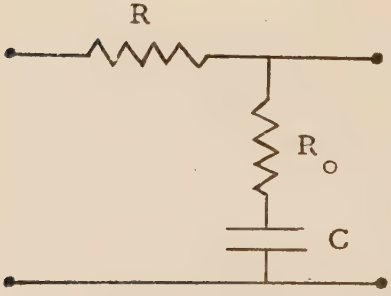
La forme de F_B entraîne des conséquences identiques à celles du cas précédent.

Ceci nous amène à rechercher une structure de filtre passe-bas qui concilie une faible bande de bruit et une grande plage d'accrochage. Les circuits passe-bas du type à « contrôle intégral » [2] permettent de satisfaire en partie à cette double condition.

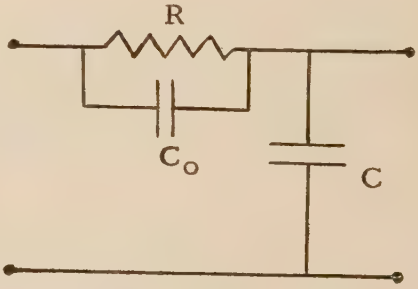
3. *Cas d'un asservissement avec filtre à « contrôle intégral » :*

Filtres à « contrôle intégral »

Filtre I



Filtre II



La fonction de transfert d'un tel filtre s'écrit :

$$F_{(p)} = \frac{1 + T_{op}}{1 + T_{1p}}$$

avec Filtre I → $T_o = R_oC$ $\quad T_1 = (R + R_o)\,C$

Filtre II → $T_o = RC_o$, $\quad T_1 = R\,(C + C_o)$.

Si l'on place ce circuit dans la boucle d'asservissement, la fonction de transfert en boucle ouverte devient :

$$\frac{\varphi_{s(p)}}{\varphi_{(p)}} = \frac{G}{p} \cdot \frac{1 + T_{0p}}{1 + T_{1p}}$$

En boucle fermée, la fonction de transfert s'écrit :

$$\frac{\varphi_s(j\omega)}{\varphi_e(j\omega)} = \frac{1 - j\frac{\omega_n}{G} \cdot \frac{\omega}{\omega_n} + 2jz\frac{\omega}{\omega_n}}{1 + 2jz\frac{\omega}{\omega_n} - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

En posant : $p = j\omega \qquad \frac{G}{T_1} = \omega_n^2 \qquad T_0 = \frac{2z}{\omega_n} - \frac{1}{G}$ (14)

z, coefficient d'amortissement

La largeur de bande de bruit vaut alors :

$$F_B = \omega_n \int_0^{+\infty} \left| \frac{1 - j\frac{\omega_n}{G} \cdot \frac{\omega}{\omega_n} + 2jz\frac{\omega}{\omega_n}}{1 + 2jz\frac{\omega}{\omega_n} - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right|^2 d\frac{\omega}{\omega_n}$$

Soit : $$F_B = \omega_n \int_0^{+\infty} \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \left(2z - \frac{\omega_n}{G}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 (4z^2 - 2) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^4} d\frac{\omega}{\omega_n}$$

d'où : $$F_B = \frac{\pi\omega_n}{4z}\left[1 + \left(2z - \frac{\omega_n}{G}\right)^2\right] \qquad (15)$$

Si $\frac{\omega_n}{G} < 2z$, ce qui est le cas pratique,

$$F_B = \pi\omega_n \cdot \frac{1 + 4z^2}{4z}$$

La figure 9 donne la loi d'évolution de F_B en fonction du coefficient d'amortissement z. On constate un minimum pour $z = 0{,}5$. La bande du bruit vaut alors $F_B = \pi\omega_n$ pour $\frac{\omega_n}{G} \to 0$, et dépend de G par l'intermédiaire de T_1 constante du filtre. On peut donc choisir un gain statique G adapté à la dérive de l'oscillateur et régler la bande de bruit en ajustant T_1. T_0 se calcule à partir de (14).

d) Plage d'accrochage et bande passante.

— Plage d'accrochage :

On a déterminé plus haut la plage d'accrochage d'un asservissement non équipé de filtre passe-bas. Un tel asservissement s'accrochera spontanément dès que l'écart de pulsation entre oscillateur et référence sera juste plus petit que G. De même, le système décrochera pour $\alpha > G$.

Un asservissement équipé d'un filtre passe-bas ou d'un filtre à « contrôle intégral » conserve approximativement cette dernière propriété mais, par contre, la plage d'accrochage est diminuée. Un effet d'hystérésis (pulling effect) se manifeste entre le passage de l'état asservi à l'état non asservi et vice versa.

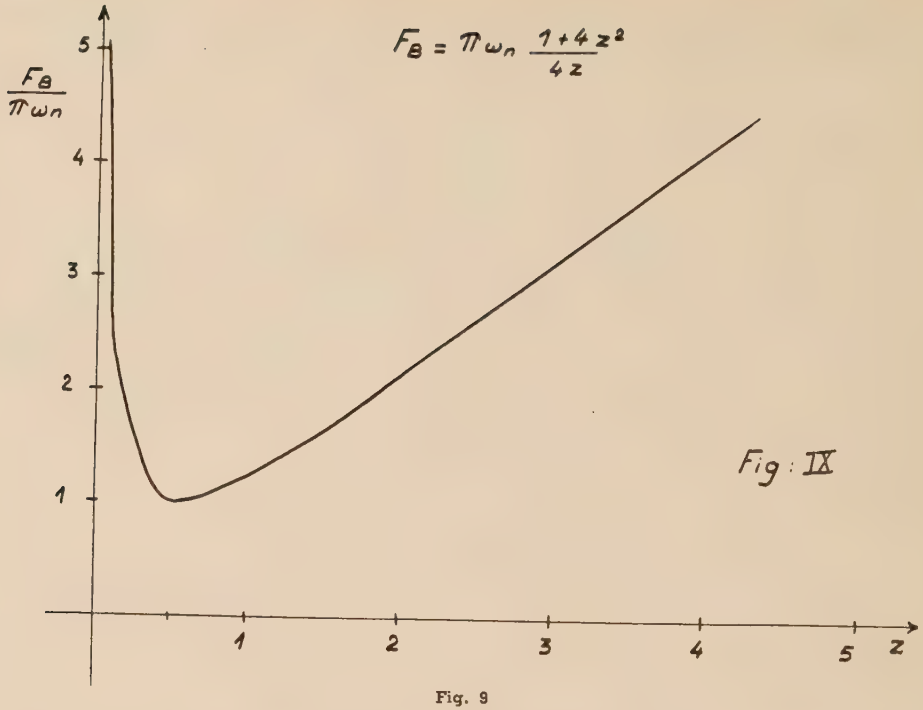
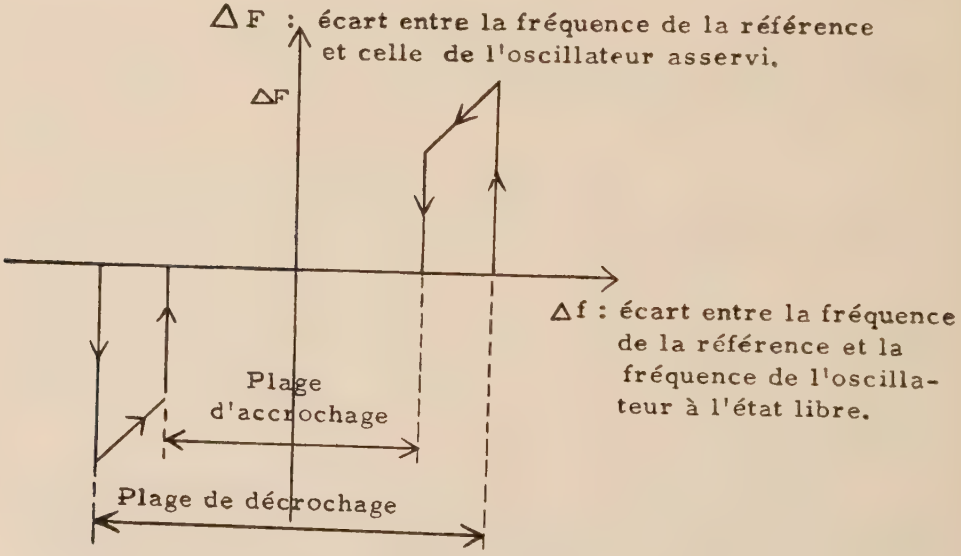


Fig. 9

Le calcul de la bande d'accrochage se fera donc en tenant compte de ce « pulling effect » étudié en particulier par JELONEK, CELINSKI et SYSKI [6].



1. *Asservissement muni d'un filtre passe-bas RC :*

On écrit l'équation différentielle de l'asservissement :

$$\frac{Td^2\varphi}{dt^2} + \frac{d\varphi}{dt} + G \sin \varphi = \alpha \qquad \text{pour} \quad K = 1$$

avec les changements de variables

$$\tau = tG \qquad T' = TG \qquad \frac{\alpha}{G} = M$$

il vient :

$$\frac{T' d^2\varphi}{d\tau^2} + \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin\varphi = M$$

Soit pour $\frac{d\varphi}{d\tau} = \omega$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{T'\omega}{M - \omega - \sin\varphi}$$

La discussion des courbes intégrales tracées dans le plan de phase (φ, ω) permet de trouver la trajectoire limite entre les courbes menant à un régime non asservi et celles menant à un régime asservi. Une formule approximative, trouvée par SYSKI [13] pour ce cas limite, relie la constante de temps du filtre passe-bas à la plage d'accrochage (fig. **10**a).

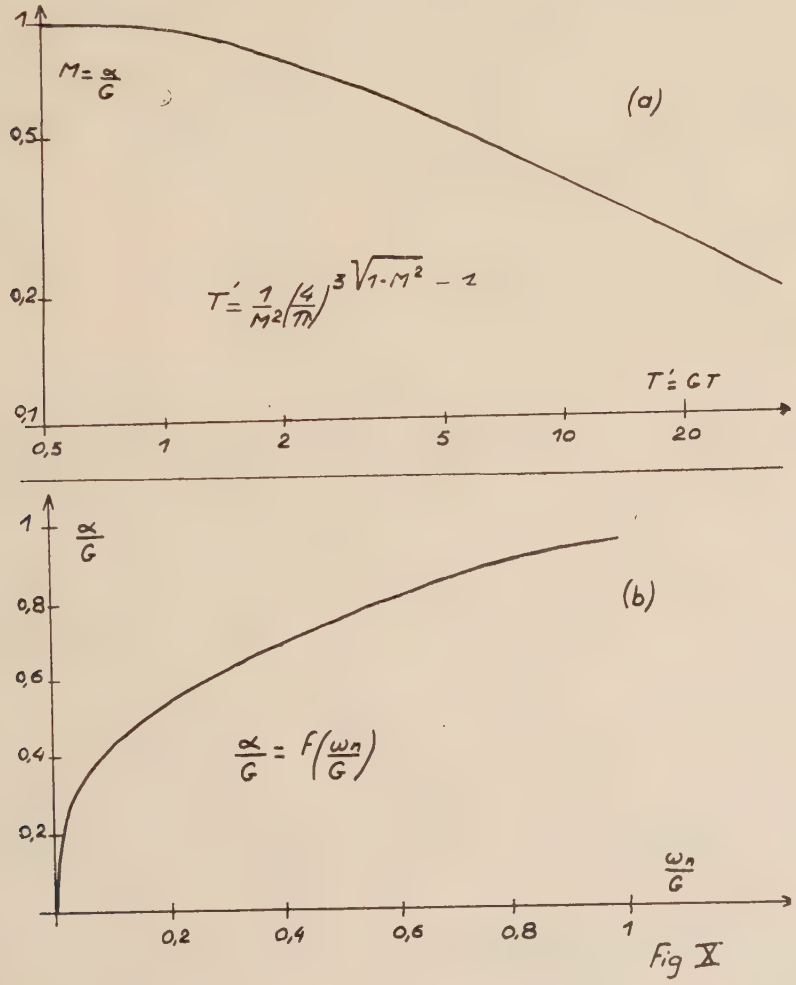


Fig. 10

2. *Asservissement muni d'un filtre à contrôle intégral :*

L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{d\varphi}{dt}\left[\frac{1}{T_1} + \frac{T_0}{T_1} G \cos\varphi\right] + \frac{G}{T_1}\sin\varphi = \frac{\alpha}{T_1}$$

pour $K = 1$

Les courbes intégrales tracées dans le plan de phase admettent une frontière entre une zone menant à des régimes stables et une zone menant à des régimes instables. STOKER [12], pour ce cas limite, a tracé la courbe reliant la plage d'accrochage aux caractéristiques du filtre (fig. **10**b).

En particulier pour $\frac{\omega_n}{G} \to 0$, GRUEN [4] donne la formule approximative :

$$\alpha \text{ plage d'accrochage} \simeq \sqrt{2{,}6\omega_n G} \qquad \text{pour } z = 0{,}5.$$

On a vu plus haut que le décrochage du système ne se produit pas exactement pour $\alpha = G$. Ce phénomène « pull out effect » étudié par STOKER [12] et REY [11], est négligeable pour un filtre passe-bas RC si $\frac{1}{\sqrt{GT}} > 0{,}11$.

Dans le cas d'un filtre à « contrôle intégral », on a :

$$\frac{\alpha}{G} \text{ décrochage} \to 0{,}72 \qquad \text{pour } \frac{T_0}{T_1} \to 0$$

$$\frac{\alpha}{G} \text{ décrochage} \to 1 \qquad \text{pour } \frac{T_0}{T_1} \to 1$$

— *Bande passante :*

L'autre grandeur importante de l'asservissement est sa bande passante qui détermine les performances du servo-mécanisme et son comportement vis-à-vis du bruit. La fréquence de coupure à — 6 db se mesure graphiquement à partir du tracé de $\frac{\varphi_s}{\varphi}$ en coordonnées semi-logarithmiques. Un asservissement sans filtre passe-bas a une fréquence de coupure $fc_{-6\,db} = \frac{G}{2\pi}$. Avec un asservissement muni d'un filtre à « contrôle intégral »,

$$fc_{-6\,db} = \frac{\omega_c}{2\pi} \simeq \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{G}{T_1}} \qquad \text{pour } \omega_n \ll G.$$

Les paramètres caractéristiques de ce servo-mécanisme sont donc le gain statique et la bande passante. On les choisira en fonction des signaux en présence en remarquant l'avantage d'un filtre à « contrôle intégral » sur un filtre RC dans l'atténuation du bruit.

EXEMPLE. — Soit à asservir un oscillateur ayant une dérive de 1 500 cycles/sec. telle que sa bande de bruit soit réduite à 500 cycles/sec. et que l'erreur de phase en régime établi ne dépasse pas 3°.

Le calcul du gain statique donne :

$$G = \frac{\alpha}{\sin \varphi} = \frac{2\pi . 1\,500}{\sin 3^{o}} = 180\,000 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_n \simeq \frac{F}{\pi} B = \frac{2\pi . 500}{\pi} = 1\,000 \text{ rad/sec}$$

d'où, d'après (14) :

$$T_0 = \frac{2}{\omega_n} - \frac{1}{G} \simeq 10^{-3} \text{ sec}$$

$$T_1 = \frac{G}{\omega_n^2} \simeq 0{,}18 \text{ sec}$$

Remarque. — Il faut s'assurer que l'utilisation d'un filtre à « contrôle intégral » n'entraîne pas d'auto-oscillation. Ce contrôle peut s'effectuer au moyen du critère de l'acuité à la résonance. Toutefois, le choix d'un coefficient d'amortissement égal à 0,5 évite les risques d'auto-oscillation. On tracera malgré tout la fonction de transfert en boucle ouverte (fig. **11**) pour déterminer graphiquement la fréquence de coupure à — 6 db.

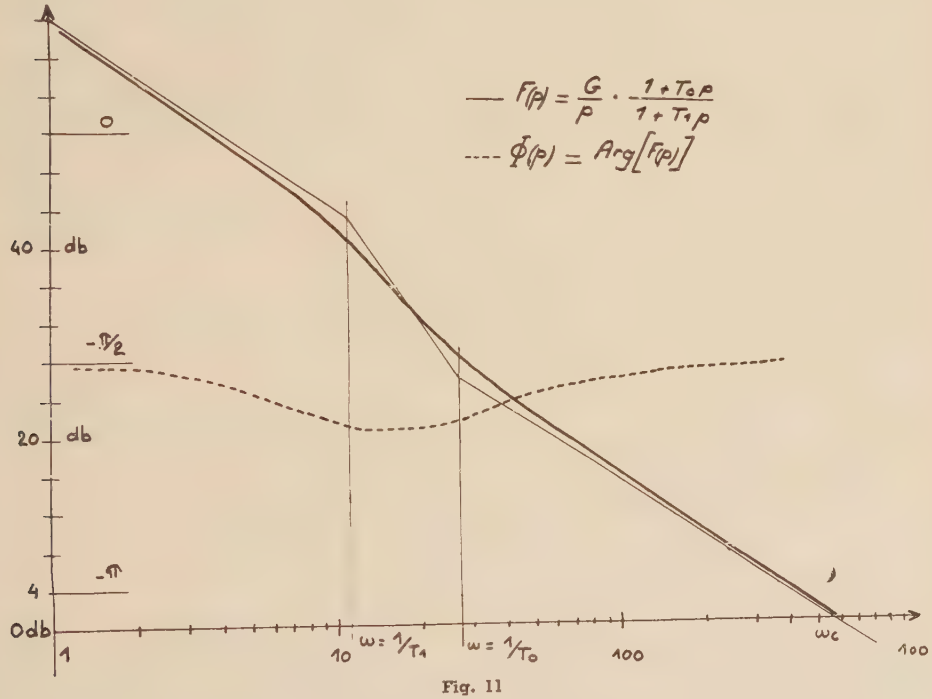


Fig. 11

Enfin, on doit calculer quelle est l'erreur entraînée par :
— un échelon de phase de la référence,
— un échelon de fréquence de la référence,
— une perturbation appliquée dans la chaîne d'asservissement.

Pour un système équipé d'un filtre à « contrôle intégral », l'erreur entraînée par un échelon de phase se mesure par :

$$\delta\varphi(t) = \lim_{\substack{t \to \infty \\ p \to 0}} \left| p \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{p(1 + T_1 p)}{G(1 + T_0 p) + (p1 + T_1 p)} \right| = 0$$

L'erreur entraînée par un échelon de fréquence se mesure par :

$$\delta\varphi(t) = \lim_{\substack{t \to \infty \\ p \to 0}} \left[p \cdot \frac{\alpha}{p^2} \cdot \frac{p(1 + T_1 p)}{G(1 + T_0 p) + p(1 + T_1 p)} \right] = \frac{\alpha}{G}$$

Une perturbation en échelon d'amplitude γ appliquée à l'entrée du modulateur entraîne une erreur de :

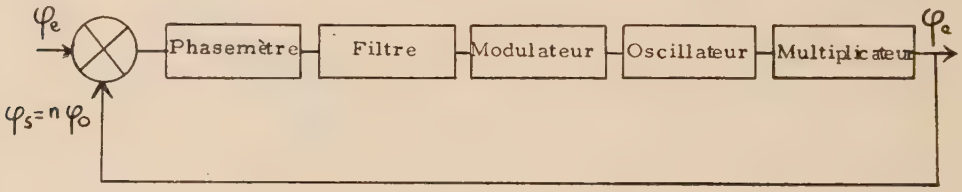
$$\delta\varphi(t) = \lim_{\substack{t \to \infty \\ p \to 0}} \left[p \cdot \frac{\gamma}{p} \cdot \frac{G}{A} \cdot \frac{1 + T_1 p}{p(1 + T_1 p) + G(1 + T_0 p)} \right] = \frac{A}{\gamma}$$

en supposant que l'on applique un échelon de tension d'amplitude égale à γ.

On retrouve des résultats identiques à ceux calculés lorsque l'on utilise un asservissement sans filtre ou équipé d'un filtre RC.

6° CHAINE D'ASSERVISSEMENT AVEC MULTIPLICATEUR.

Un asservissement en phase peut comporter un multiplicateur de rapport n placé à la suite de l'oscillateur. La boucle d'asservissement prend alors la forme :



φ_o phase de l'oscillateur

La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit :

$$\frac{\varphi_s}{\varphi} = A \cdot S \cdot n \cdot \frac{1}{p} \cdot F_{(p)}$$

où $F_{(p)}$ est la fonction de transfert du filtre.

La fonction de transfert en boucle fermée devient :

$$\frac{\varphi_s}{\varphi_e} = \frac{A \cdot S \cdot n \cdot F_{(p)}}{p + A \cdot S \cdot n \cdot F_{(p)}}$$

Le gain statique se mesure par :

$$G' = A \cdot S \cdot n.$$

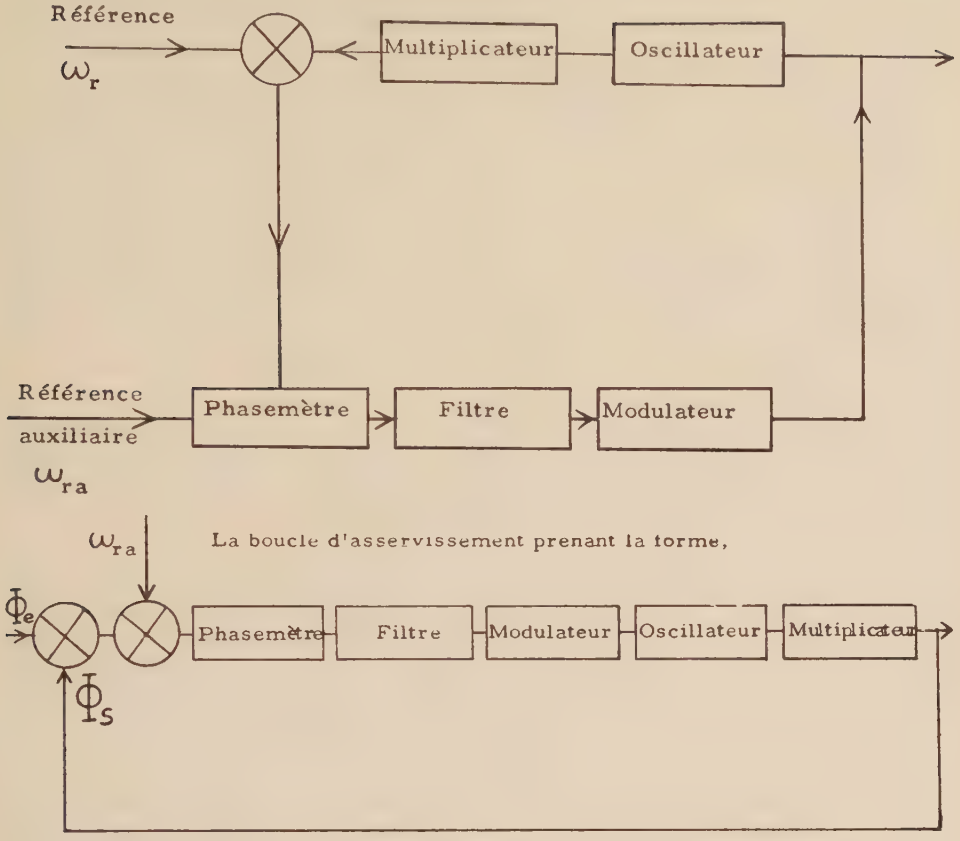
Les résultats trouvés plus haut restent valables, le gain statique G étant multiplié par le nombre n sans dimension. Ceci demeure vrai à la condition que le multiplicateur ait une bande passante supérieure à celle de l'asservissement.

Conséquences. — Pour un asservissement où A et S sont donnés, le fait d'utiliser une chaîne de multiplication multiplie par n la plage d'accrochage et la bande de bruit.

Asservissement utilisant un multiplicateur et une référence auxiliaire.

On peut être amené à utiliser une référence auxiliaire pour faciliter la réalisation pratique d'un asservissement en phase. La fréquence de l'oscillateur vaut alors $\frac{1}{2\pi}(\omega_r \pm \omega_{ra})$, ω_{ra} étant la pulsation de la référence auxiliaire.

Le schéma de l'asservissement devient :



on peut écrire :

$$e_e = E_e \sin \Phi_e$$

avec $\Phi_e = \omega_r t + \varphi_e(t)$

$$e_s = E_s \sin \Phi_s$$

avec $\Phi_s = (\omega_r \pm \omega_{ra})t + \varphi_s(t)$

d'où : $\Phi = \Phi_e - \Phi_s = \underbrace{\varphi_e(t) - \varphi_s(t)}_{\varphi} \pm \omega_{ra} \cdot t$

La grandeur φ, écart de phase, s'additionne à un déphasage $\omega_{ra}t$ qui croît avec le temps. La détection de φ se fait par un battement avec une référence auxiliaire de pulsation ω_{ra}. Il est intéressant de déterminer quelle est la contribution de la stabilité de la référence auxiliaire à la dérive en fréquence de l'oscillateur.

En régime asservi, on peut écrire :

$$\omega_s = \omega_r \pm \omega_{ra}$$

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \frac{\Delta\omega_r}{\omega_r \pm \omega_{ra}} + \frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_r \pm \omega_{ra}}$$

Posons $\omega_{ra} = \dfrac{\omega_r}{N}$; $\dfrac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \dfrac{1}{\dfrac{\omega_r}{\Delta\omega_r} \pm \dfrac{\omega_r}{N\Delta\omega_r}} + \dfrac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}} \cdot \dfrac{1}{N \pm 1}$

On remarque que la contribution de la référence auxiliaire est mesurée par la dérive propre de la référence auxiliaire multipliée par $\frac{1}{N \pm 1}$. On a donc intérêt à choisir N aussi grand que possible.

Enfin, si la référence auxiliaire s'additionne à un bruit parasite, celui-ci est interprété comme un bruit présent à l'entrée du servo-mécanisme.

7° CONCLUSION.

L'analyse de l'asservissement en phase ramené à l'étude d'un servo-mécanisme classique facilite l'établissement d'un projet. Selon la pureté spectrale de l'oscillateur et de la référence, on ajustera différemment les valeurs du gain statique et de la bande passante comme nous le verrons par des exemples pratiques.

Asservissement d'un oscillateur du type klystron sur un quartz.

La détermination du gain statique se fait en considérant la dérive maximum de l'oscillateur et la précision désirée. La référence étant pratiquement monochromatique, la bande passante sera choisie suffisamment grande pour corriger les composantes parasites du spectre de l'oscillateur. Si l'on utilise un filtre RC, on doit contrôler la stabilité de la boucle d'asservissement.

Asservissement d'un oscillateur à quartz sur une référence affectée de bruit.

La perturbation de phase due au bruit étant proportionnelle à la largeur de bande de bruit, on devra réduire celle-ci au maximum. La pureté spectrale de l'oscillateur à quartz autorise le choix d'une faible bande passante. Enfin, le gain statique sera déterminé d'après la dérive lente du quartz. Un filtre du type à « contrôle intégral » permet en partie de concilier ces différentes conditions.

Asservissement d'un klystron sur un maser à ammoniac.

Les deux exemples précédents sont connus et ont été l'objet de plusieurs réalisations. On connaît la pureté spectrale d'un klystron. STRANDBERG [10] donne une largeur de spectre de 100 Hz, abstraction faite des dérives lentes. La référence possède une très haute pureté spectrale mais le signal se superpose à un bruit parasite non négligeable. Ce sont ces indications qui nous permettrons de choisir les paramètres de la chaîne d'asservissement.

II

REALISATIONS ET RESULTATS

A — ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN KLYSTRON SUR UN MASER A AMMONIAC

ELEMENTS DE L'ASSERVISSEMENT

1° DESCRIPTION SOMMAIRE.

Dans l'expérience réalisée au laboratoire de l'Horloge Atomique, nous avons asservi un klystron X 13 VARIAN sur un maser à ammoniac $N_{14}H_3$. Le signal hyperfréquence du maser est envoyé sur un cristal 1 N 26. Ce cristal reçoit par

ailleurs la puissance hyperfréquence du klystron. Le battement entre la fréquence du maser et l'harmonique deux du klystron est amplifié et comparé en phase avec une référence à 5 MHz. La tension de correction venant du comparateur de phase est amplifiée, filtrée et appliquée au réflecteur en série avec la tension de polarisation.

L'asservissement est contrôlé par un oscilloscope formant une ellipse de Lissajous entre le battement maser-klystron et la référence à 5 MHz. L'état asservi se traduit par une ellipse immobile (fig. **12**).

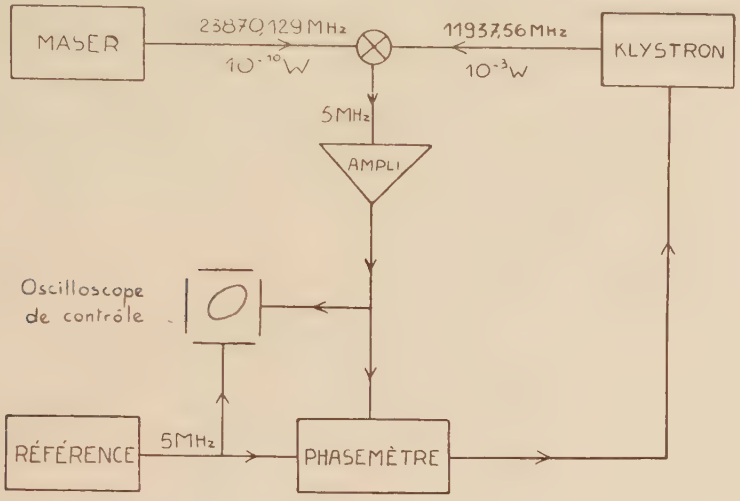


Fig. 12

2° LE MASER A AMMONIAC.

L'idée d'obtenir des oscillateurs hyperfréquence fonctionnant avec une raie d'émission a été suggérée par WEBER. Des réalisations pratiques, telles celles de SHIMODA, WANG et TOWNES, ont montré l'intérêt de l'utilisation des masers comme étalons primaires ou secondaires.

Le maser à ammoniac $N_{14}H_3$ utilisé au laboratoire de l'Horloge Atomique oscille à la fréquence de 23,870,129 MHz. Décrit dans la thèse de Jean HARDIN [5], ce maser délivre une puissance de 10^{-10} watt. Sa grande pureté spectrale et sa stabilité de l'ordre de 10^{-10} nous permettent de le considérer comme un étalon de fréquence.

3° LE KLYSTRON.

Le klystron utilisé est un X 13 VARIAN réglé à la fréquence de 11 937,56 MHz (fréquence voisine de la fréquence du maser divisée par deux). Sa puissance de sortie est de 10^{-3} W environ. Certaines précautions ont été prises pour réduire autant que possible les perturbations thermiques et mécaniques pouvant affecter le klystron. A cet effet, le klystron est dans un bain d'huile jouant le rôle de volant thermique. Ce procédé assure une évolution lente de la température et un bon isolement des turbulences locales. De plus, un joint en téflon isole thermiquement et mécaniquement le klystron du guide d'onde.

4° ALIMENTATION DU KLYSTRON.

Elle est classique ; toutefois, le chauffage filament et la tension réflecteur doivent être particulièrement stables. Dans le but d'éviter toute fluctuation parasite ou ronflement, le chauffage s'effectue par alimentation régulée et filtrée, la polarisation du réflecteur est obtenue à l'aide de piles.

La tension d'alimentation du réflecteur peut recevoir en série la tension de correction de l'asservissement.

5° RÉFÉRENCE AUXILIAIRE.

Le battement à 5 MHz entre le maser et le klystron est porteur de l'information de phase. La détection de cette information se fait dans un phasemètre à l'aide d'une référence auxiliaire à 5 MHz. Le calcul d'erreur fait plus haut montre que ces perturbations introduites par la référence auxiliaire sont d'autant plus petites que N est grand. Dans cet asservissement, N vaut $\frac{23\,870}{5} = 4\,774$. Il est intéressant d'étudier l'évolution de $\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s}$ en fonction de $\frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}}$ pour N et $\frac{\Delta\omega}{\omega_r}$ donnés. Ceci nous permettra de définir la stabilité optimum de $\frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}}$.

Nous avons, pour un $\frac{\Delta\omega_r}{\omega_r} = 10^{-10}$,

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \frac{1}{10^{10} \pm \frac{10^{10}}{4\,776}} + \frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}} \cdot \frac{1}{4\,774 \pm 1}$$

Soit :

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} \simeq 10^{-10} + \frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}} \cdot \frac{1}{4\,774}$$

Le tracé de $\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = f\left(\frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}}\right)$ montre que la perturbation introduite par la référence auxiliaire devient négligeable pour $\frac{\Delta\omega_{ra}}{\omega_{ra}} = 10^{-7}$. La stabilité de la référence auxiliaire peut donc être mille fois moins bonne que celle de la référence.

On utilise un oscillateur à quartz convenablement thermostaté pour réaliser cette référence auxiliaire.

Le montage électronique comprend un oscillateur PIERCE équipé d'un quartz commercial. L'oscillateur est suivi d'étages amplificateurs classiques. Deux sorties sont prévues : l'une à fort niveau, l'autre avec un volt 5 MHz à basse impédance. Ce quartz présente une dérive lente à l'état libre qui est corrigée par un asservissement en phase.

L'accrochage se fait :

— soit sur un autre pilote à 5 MHz, de plus grande stabilité ;

— soit sur l'harmonique d'une horloge d'observatoire à 100 kHz.

Enfin, une entrée auxiliaire permet de n'utiliser que les étages amplificateurs.

Remarque. — L'utilisation d'une référence auxiliaire complique l'asservissement et il semble plus simple d'essayer d'asservir le klystron sur le maser au moyen de battement zéro. Cet accrochage en phase est possible et a été réalisé dans l'asservissement d'un klystron sur l'harmonique d'un quartz. Dans le cas du maser, on constate un entraînement en fréquence du signal maser dû au couplage des deux oscillateurs. C'est pour cette raison que l'on choisit une fréquence de battement assez élevée. Nous avons d'ailleurs constaté un entraînement en fréquence avec une référence à 5 MHz pratiquement éliminé par l'utilisation d'un isolateur à ferrite placé dans le circuit.

6° LE PHASEMETRE.

Il doit fournir une tension proportionnelle à l'écart de phase entre les deux tensions à 5 MHz qui sont :

— d'une part, le « signal » constitué par le battement amplifié entre le maser et deux fois la fréquence du klystron ;

— d'autre part, la « référence » provenant de la fréquence à 5 MHz auxiliaire.

Le phasemètre comporte deux diodes OA 85 ; il est précédé d'un étage amplificateur sur la voie signal et d'un étage déphaseur sur la voie référence. Dans les conditions normales d'utilisation : 1 V eff. de tension référence et 55 mV eff. de tension signal, le phasemètre délivre une tension de ± 200 mV pour un déphasage $\frac{\pi}{2}$ (fig. **13**) entre les deux tensions à 5 MHz.

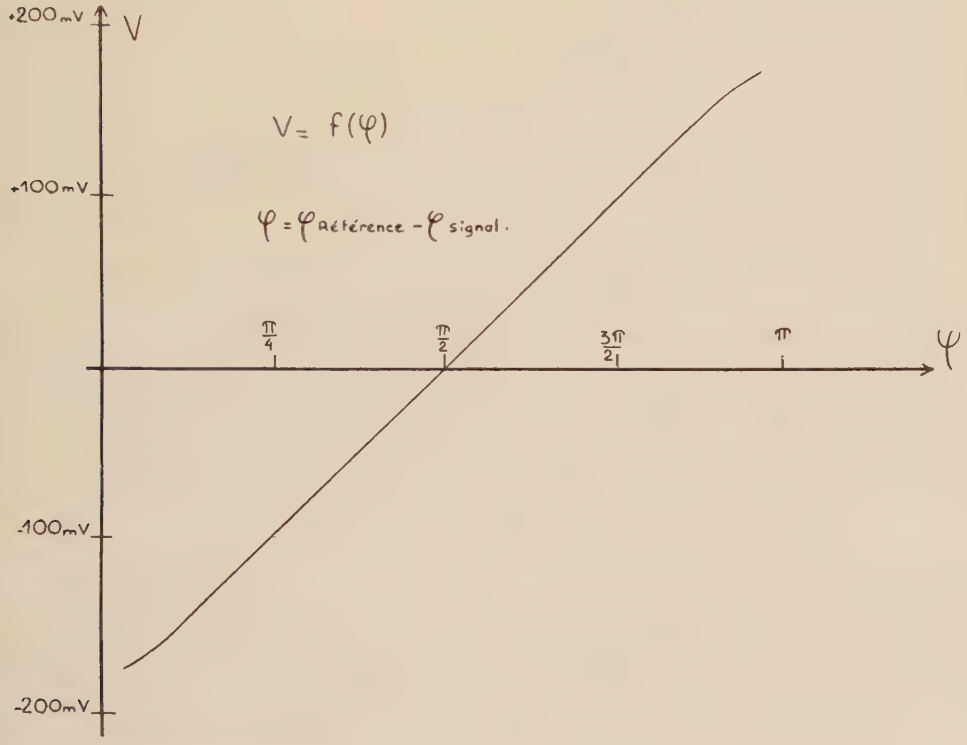


Fig. 13

7° L'AMPLIFICATEUR HF.

Chargé d'amplifier le battement maser-harmonique deux du klystron, cet amplificateur doit satisfaire à une double condition :

— grande largeur de bande pour éviter les déphasages parasites,

— faible bruit d'entrée.

Il a été conçu en s'inspirant des techniques classiques des amplificateurs radiofréquence et comporte un étage cascode d'entrée.

Sa bande passante à — 3 db est de 2,5 MHz et son bruit ramené à l'entrée vaut 1 μV pour un gain de 9 000 à 5 MHz (fig. **14**).

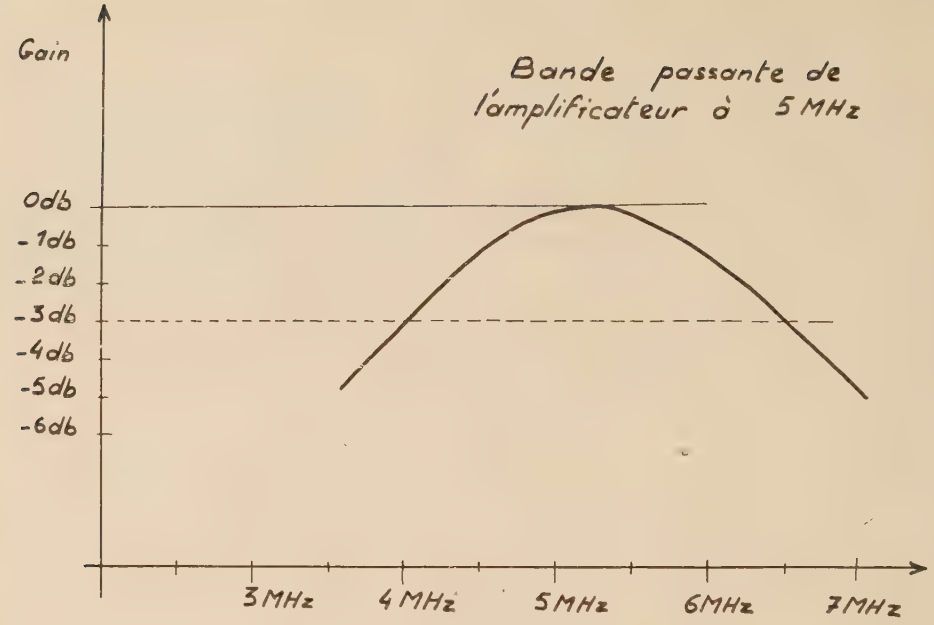


Fig. 14

APPLICATION DE LA THEORIE DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE

1° EXAMEN DE LA BOUCLE D'ASSERVISSEMENT.

Cet accrochage en phase comporte un multiplicateur et une référence auxiliaire. Le multiplicateur, de rapport $n = 2$, est réalisé par un cristal mélangeur, ce qui n'introduit pas de restriction sur la bande passante. La référence auxiliaire est donnée par le quartz décrit plus haut. La fonction de transfert d'un tel asservissement a la forme :

$$\frac{\varphi_s}{\varphi_e} = \frac{A\,S\,n\,F_{(p)}}{p + A\,S\,n\,F_{(p)}}$$

a) **Choix du gain statique.**

Le gain statique de l'asservissement fixera la dérive maximum de l'oscillateur corrigible. On peut se fixer approximativement une première valeur de G en tenant compte des fluctuations de l'oscillateur. Dans le cas du klystron X 13 utilisé, la dérive est de l'ordre de quelques dizaines de kHz. En admettant une erreur statique de phase égale au plus à $\pm \frac{\pi}{2}$, le gain statique sera de l'ordre de 10^5.

b) **Méthode du critère de l'acuité à la résonance.**

Dans une première réalisation, nous avons utilisé un filtre passe-bas RC pour éliminer toute tension résiduelle à 5 MHz. Une bonne atténuation a été obtenue avec une constante de temps du filtre (fig. **15**), égale à :

$$\tau = 0{,}8\ 10^{-5}\ \text{sec}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte devient alors :

$$F_{(p)} = \frac{G'}{p} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}8\ 10^{-5}\ p}$$

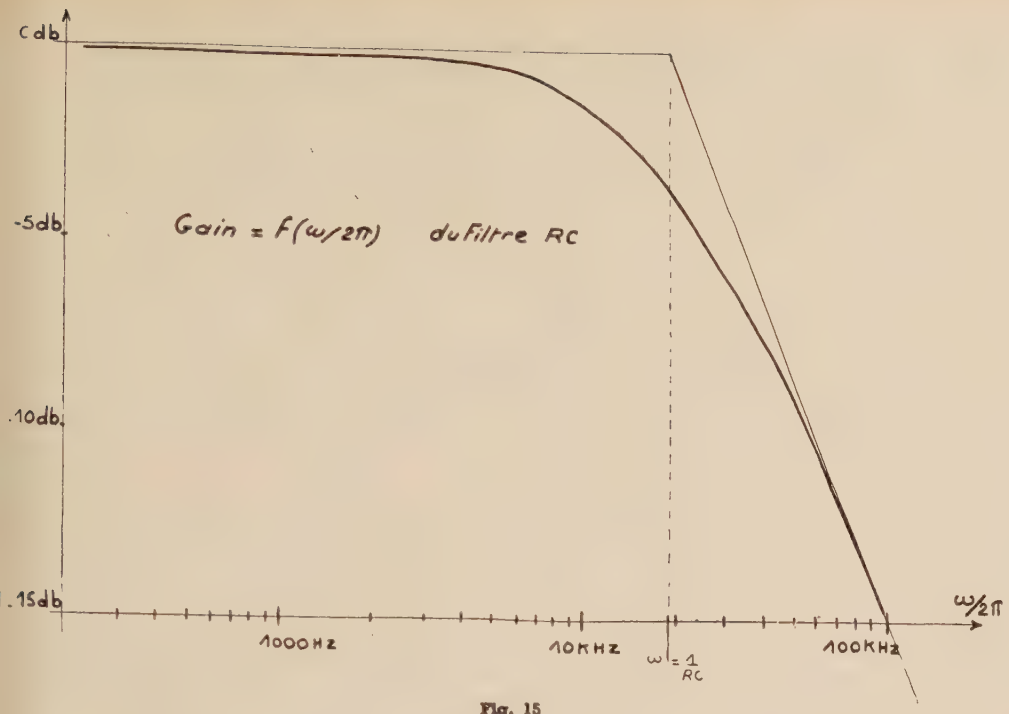


Fig. 15

En choisissant G′ quelconque, on peut tracer les courbes de gain et de phase en coordonnées semi-logarithmiques (fig. 16). La transposition en abaque de Black se fait immédiatement (fig. 17) ; cette dernière nous permet de déterminer G′ pour un bon compromis entre la stabilité et la précision. Par cette méthode, le gain statique théorique G′ a été trouvé égal à $1{,}70\ 10^5$ rad/sec. D'où la fonction de transfert générale en boucle ouverte :

$$F_{(p)} = \frac{1{,}70\ 10^5}{p} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}8\ 10^{-5}\ p}$$

Expérimentalement, nous avons réalisé un accrochage et mesuré le gain statique. L'asservissement est possible pour une valeur de $G' = 3\ 10^5$ rad/sec. Si l'on augmente G′ dans le but d'avoir un asservissement plus solide, on tend vers une oscillation de la boucle apparaissant pour $G' \simeq 9\ 10^5$ rad/sec. La courbe théorique montre que la marge de phase n'est plus que de 10 degrés environ, tout retard parasite de cet ordre entraîne un régime instable.

2° RÉGIME TRANSITOIRE.

La méthode de la réponse indicielle donne l'allure du régime transitoire pour un échelon de phase appliqué à l'entrée de l'asservissement.

Avec le gain statique limite trouvé expérimentalement, on peut calculer z :

$$z = \frac{1}{2\ .\ 9\ 10^5\ .\ 0{,}8\ 10^{-5}} = 0{,}185$$

Cette valeur limite de z correspond à un régime oscillatoire amorti et concorde avec l'expérience. En effet, si G′ croît, z tend vers zéro et l'asservissement tend vers un régime oscillatoire.

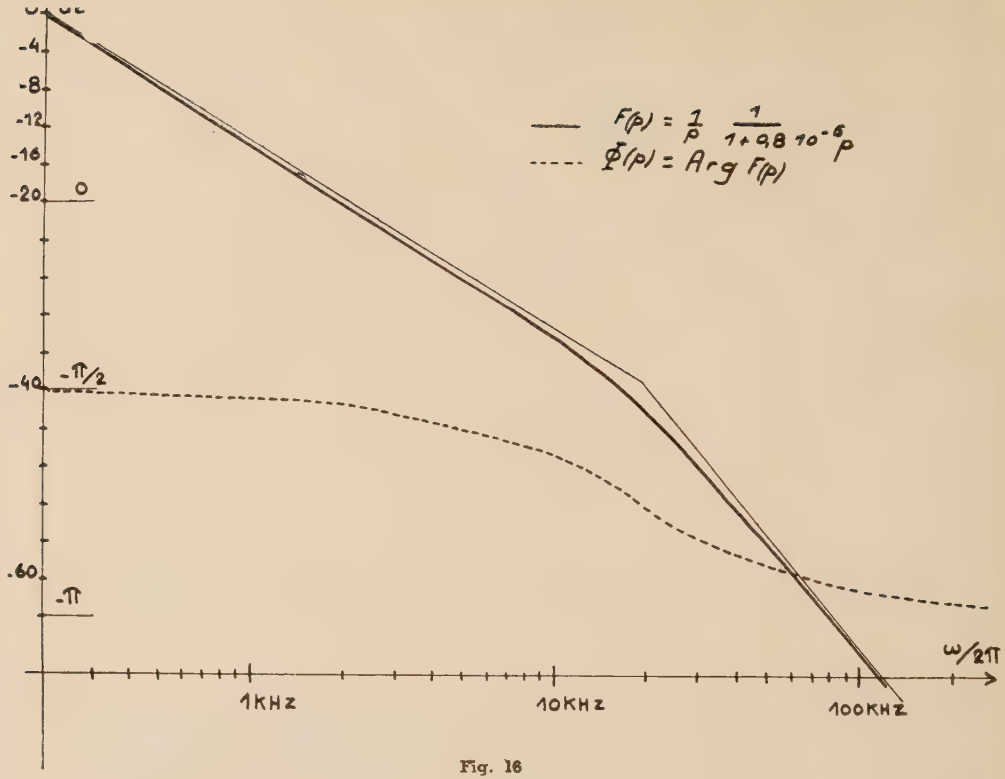

F(p) = 1/p · 1/(1+0,8 10⁻⁶ p)
Φ(p) = Arg F(p)
-4
-8
-12
-16
-20
0
-40
-π/2
-60
-π
3/2π
1KHz
10KHz
100KHz

Fig. 16

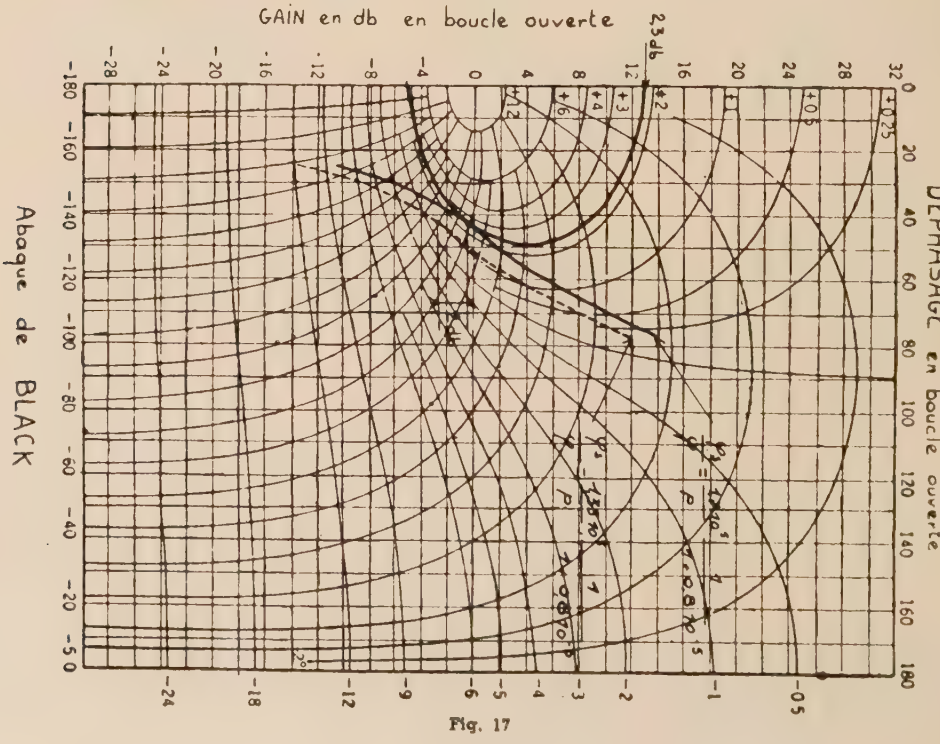

GAIN en db en boucle ouverte
DÉPHASAGE en boucle ouverte
Abaque de BLACK
2,3db

Fig. 17

3° ÉCART DE TRAINAGE.

L'écart de traînage est l'écart de phase à l'état asservi résultant d'une variation de fréquence de la référence sin $\delta\varphi = \frac{\alpha}{G'}$

α = amplitude de la variation de pulsation de la référence
G' = gain statique de la boucle

Dans les limites possibles d'accrochage, $\delta\varphi$ a une amplitude de $\frac{\pi}{2}$.

4° INFLUENCE D'UNE PERTURBATION INTERNE.

Une perturbation appliquée au réflecteur du klystron est corrigée si son amplitude ΔU est telle que :

$$\Delta U < \frac{G}{S}$$

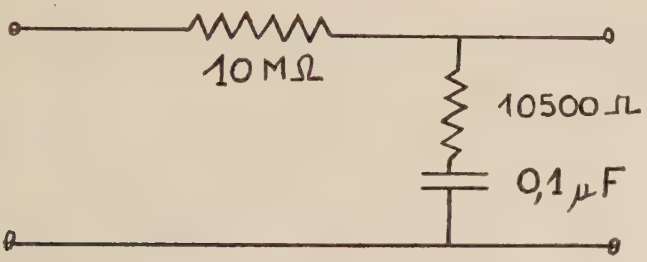
La plus grande perturbation admise qui ne fait pas décrocher l'asservissement se traduit par une rotation de phase de $\frac{\pi}{2}$.

Le montage expérimental permet de faire varier la tension réflecteur, le klystron étant asservi. Nous constatons effectivement une rotation de phase totale approximativement égale à π.

5° EXAMEN DE LA BANDE DE BRUIT.

Nous avons vu plus haut l'intérêt d'un filtre intégral dans la réduction de la bande de bruit sans trop affecter la solidité de l'asservissement. L'idée directrice a donc été de nous fixer une bande de bruit minimum, ce qui conduit au choix de $z = 0{,}5$. Le gain statique a été pris égal à $9\ 10^5$ rad/sec.

L'utilisation des équations (14) amène au calcul de T_1 et T_0. Nous avons trouvé $T_1 = 1$ sec et $T_0 = 1{,}05\ 10^{-3}$ sec. Le filtre intégral a la forme pratique suivante :



La bande de bruit calculée vaut alors :

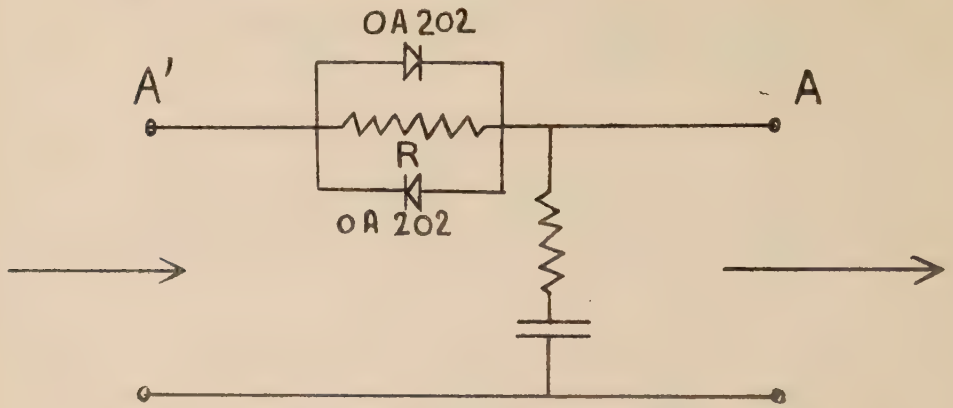
$F_B = 3{,}14\ .\ 9{,}5\ 10^2$ rad/sec soit 475 cycles.

6° RÉALISATION PRATIQUE DE LA CORRECTION PAR FILTRE A « CONTROLE INTÉGRAL ».

Le circuit électronique qui met en œuvre le filtre à « contrôle intégral » comprend un amplificateur continu à transistors. Cet amplificateur à large bande est placé à la sortie du phasemètre, son gain réglable permet de choisir le gain statique G.

Enfin, il a été prévu un système permettant d'augmenter temporairement la plage d'accrochage en élargissant la bande passante de la boucle pour faciliter la synchronisation.

Ce système est schématisé ci-dessous :



En régime asservi, la tension aux bornes de R est nulle, la tension continue en A est égale à la tension en A'. Dès que l'asservissement décroche, une tension alternative apparaît en A' ; R est court-circuitée par les diodes D_1 et D_2 et la totalité de la tension de correction se retrouve en A. La bande passante élargie facilite l'accrochage. Après synchronisation, la tension aux bornes de R s'annule et le filtre joue son rôle vis-à-vis du bruit.

7° FONCTIONNEMENT.

Après un temps de mise en chauffage d'environ une demi-heure, l'ensemble est prêt à fonctionner. On fait varier lentement la tension du réflecteur. L'accrochage se manifeste par une ellipse immobile (fig. 18). Sauf perturbation mécanique ou thermique importante, l'asservissement reste solide. Des durées d'accrochage de l'ordre d'une demi-heure ont été couramment obtenues.

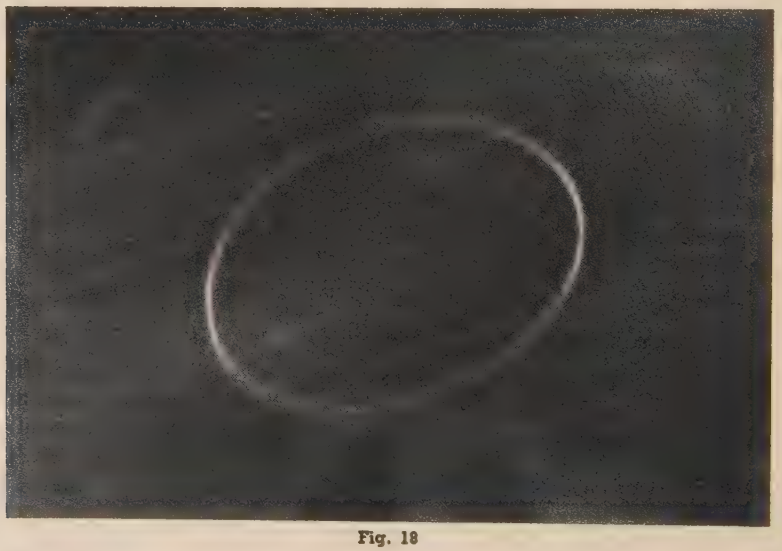


Fig. 18

Ellipse de Lissajous entre le 5 MHz de la référence et le 5 MHz du battement entre le maser et l'harmonique deux du klystron asservi.

8 — ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN OSCILLATEUR RADIO-FREQUENCE SUR LE KLYSTRON ASSERVI

1° DESCRIPTION.

Il peut être intéressant de disposer d'un oscillateur radio-fréquence ayant la stabilité relative du maser. Le but de cette expérience est l'obtention de quelques fréquences entre 5 MHz et 270 MHz stables à 10^{-10} près.

L'ensemble comprend un double accrochage en phase : on accroche un oscillateur radio-fréquence sur un klystron lui-même asservi en phase sur le maser. Le 1 320ième harmonique d'un quartz à 9,054 973 MHz donne un signal de battement avec le klystron asservi décrit plus haut. Le battement à 15 MHz est comparé en phase avec une référence à 15 MHz. Le signal issu du phasemètre vient corriger les fluctuations du quartz (fig. 19).

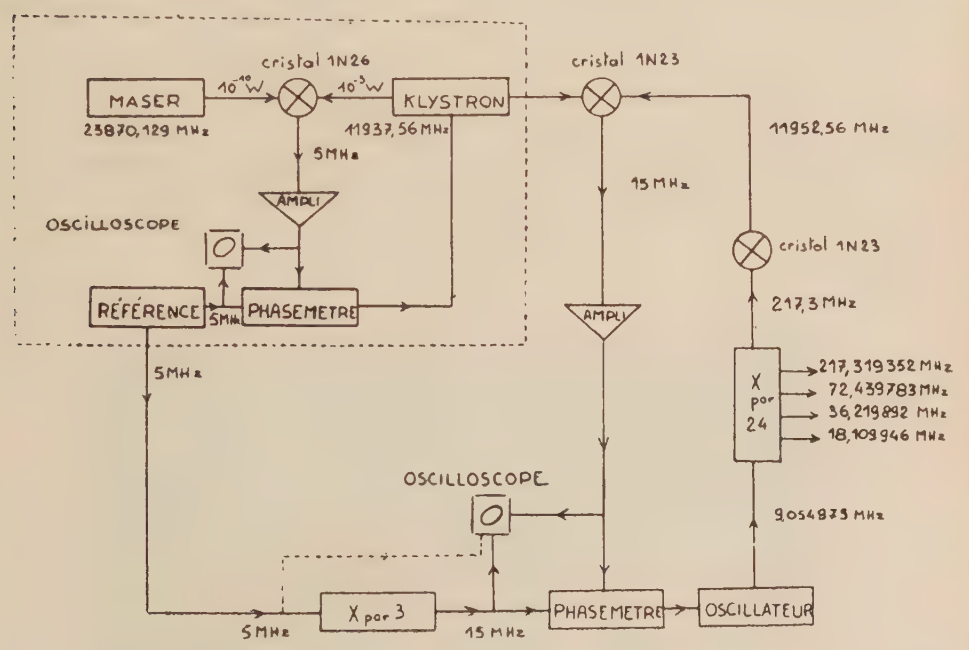


Fig. 19

a) Le klystron asservi en phase.

On utilise le klystron précédemment décrit. Une partie de la puissance hyperfréquence est envoyée sur un cristal mélangeur 1 N 23. La fraction de la puissance utilisée représente le huitième de la puissance totale du klystron (soit quelques dizièmes de mW).

b) Le quartz et son système de modulation.

Le quartz, d'un type commercial, est monté dans un oscillateur Pierce similaire à celui utilisé comme référence à 5 MHz. Un thermostat tout ou rien à bilame stabilise la température du cristal. Ainsi monté, ce quartz a une fluctuation périodique à court terme de 6 10^{-8} superposée à une dérive lente (fig. 20). L'oscillateur est suivi d'étages séparateurs et la sortie se fait sous basse impédance.

Le système de modulation utilise une « Varicap » diode à capacité variable selon la tension inverse appliquée. Cette méthode simple d'emploi, donne de bons résultats.

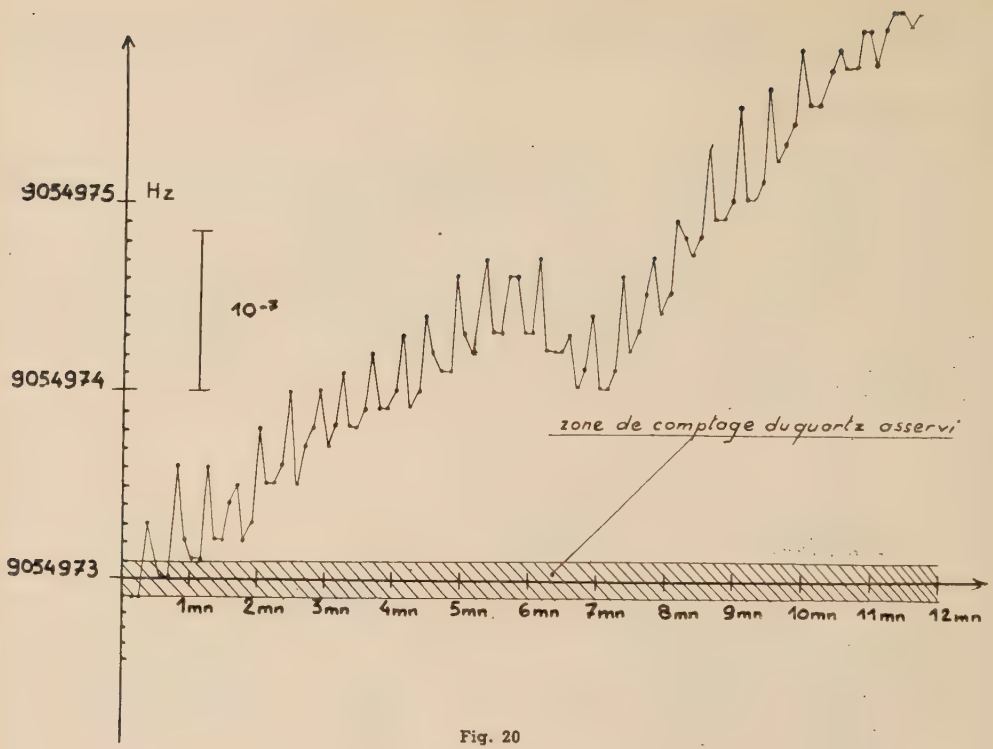


Fig. 20

c) Chaîne de multiplication.

Elle se décompose en deux parties :

— multiplication par circuit,

— génération d'harmoniques par cristal.

1. *Chaîne de multiplication par circuit :*

C'est une chaîne conventionnelle de rapport total 24, se décomposant en :

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

Des sorties sous basses impédances permettent de disposer des fréquences intermédiaires :

18,109 946 MHz
36,219 892 MHz
72,439 783 MHz
et 217,319 352 MHz

2. *Génération d'harmoniques par cristal :*

La sortie à 217,3 MHz est envoyée sur un cristal 1 N 23. Ce dernier génère les harmoniques du 217,3 MHz. Le guide d'onde à 3 cm filtre les fréquences supérieures ou égales à celles de la bande X, comprenant en particulier le 55ième harmonique de 217,3 MHz.

d) Mélange et amplification.

Le signal à 11 937,56 MHz du klystron et le 55ième harmonique à 11 952,56 MHz donnent un battement à 15 MHz obtenu dans un cristal 1 N 23.

e) **Le phasemètre et la référence auxiliaire.**

Il est du même type que celui utilisé précédemment. Suivi d'un filtre passe-bas, il fournit une tension proportionnelle à l'écart de phase entre le battement klystron-55ième harmonique du quartz et la référence auxiliaire. Cette tension est appliquée à la « Varicap » après un filtre passe-bas.

La référence auxiliaire utilise l'harmonique 3 du quartz à 5 MHz précédemment décrit. Si l'on veut que la stabilité du maser soit conservée, cette référence auxiliaire ne devra pas fluctuer de plus de $8\ 10^{-8}$.

f) **Choix du gain statique.**

La bonne stabilité de l'oscillateur à asservir autorise le choix d'un gain statique G plus faible que pour l'asservissement d'un klystron. Ceci diminue le risque d'auto-oscillation et la bande passante de bruit. De toute manière, le calcul peut être mené d'une manière parallèle à celle utilisée pour l'asservissement du klystron. Nous avons adopté $G = 6\ 10^4$.

2° MISE EN ŒUVRE. RÉSULTATS.

Le klystron étant asservi en phase, on varie lentement la fréquence du quartz à l'aide d'une capacité variable, montée dans le circuit oscillant. Un oscilloscope de contrôle forme la figure de Lissajous entre le 15 MHz du battement klystron-harmonique du quartz et le 15 MHz ou le 5 MHz de la référence.

L'accrochage se manifeste par une courbe immobile sur l'écran de l'oscilloscope. L'asservissement est stable et ne décroche que si le klystron, asservi sur le maser, revient à l'état libre (fig. 21).

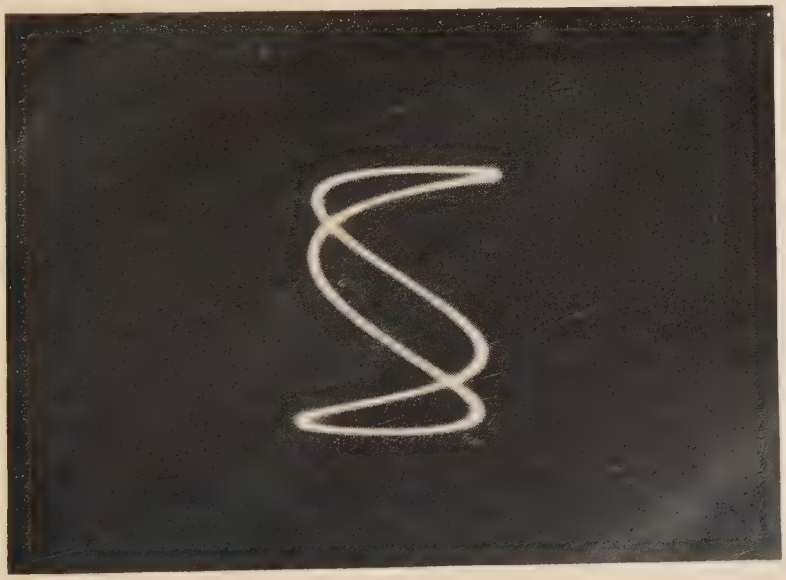


Fig. 21

Figure de Lissajous entre le 5 MHz de la référence auxiliaire et le 15 MHz du battement entre le klystron asservi et le 1.320e harmonique de l'oscillateur à quartz.

Nous avons contrôlé la fréquence de l'oscillateur asservi en phase sur le maser par un comptage de l'oscillateur. La précision du comptage de 1.10^{-8} ne permet pas de détecter les fluctuations du quartz ; on peut seulement dire que la stabilité à court terme est meilleure que 1.10^{-8}.

3° GÉNÉRALISATIONS POSSIBLES.

Le choix de la fréquence de l'oscillateur à asservir a été fait de manière à utiliser une référence auxiliaire à 5 MHz déjà existante et pouvant être stabilisée à quelque 10^{-10}. Mais on peut obtenir une fréquence d'oscillateur asservi quelconque en calculant judicieusement la fréquence de la référence auxiliaire.

Par exemple, si l'on veut un oscillateur asservi à 5 MHz, on fera battre le 2 385ième harmonique de cet oscillateur avec le klystron. Le battement, comparé en phase avec une référence à 12,564 500 MHz, donnera le signal de correction nécessaire à l'asservissement (fig. 22).

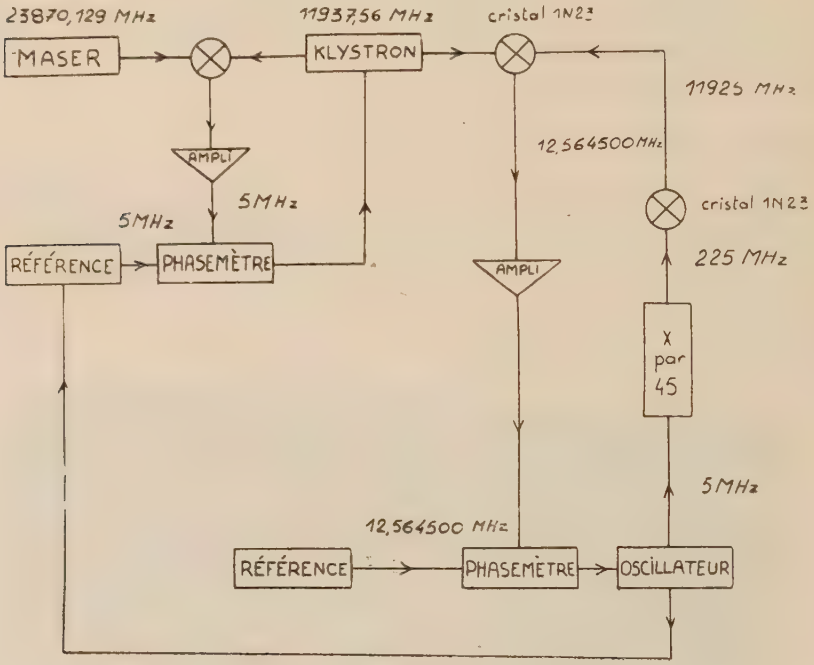


Fig. 22

Toutefois, le système reste alourdi par la présence de cette référence auxiliaire que l'on peut supprimer en s'arrangeant pour que l'oscillateur asservi joue le rôle de référence auxiliaire dans l'asservissement du klystron. En considérant la figure 23, on peut écrire les égalités :

$$2F_K = F_M \pm f$$

$$F_K = nf \pm f$$

où F_M est la fréquence du maser

n est le rapport de multiplication adopté

f la fréquence de l'oscillateur à asservir.

On obtient les fréquences :

$$f_1 = \frac{F_M}{2n+1} \qquad f_2 = \frac{F_M}{2n+3} \qquad f_3 = \frac{F_M}{2n-3} \qquad f_4 = \frac{F_M}{2n-1}$$

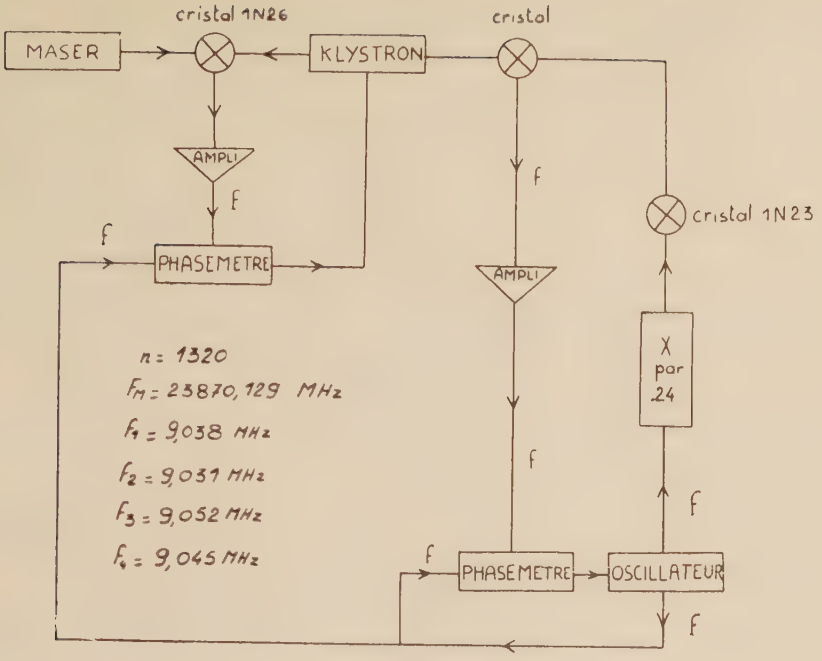


Fig. 23

Par exemple, pour un rapport de multiplication égal à 1 320 et F_M = 23 870,129 MHz, on obtient les fréquences :

$$f_1 = 9{,}038 \text{ MHz}$$
$$f_2 = 9{,}031 \text{ MHz}$$
$$f_3 = 9{,}052 \text{ MHz}$$
$$f_4 = 9{,}045 \text{ MHz}$$

L'obtention d'une fréquence quelconque se fera à l'aide d'un synthétiseur piloté par f.

C — ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN OSCILLATEUR A QUARTZ SUR UN MASER

Après avoir asservi un klystron sur un maser et un oscillateur à quartz sur le klystron asservi, nous avons cherché à accrocher directement un oscillateur à quartz sur un maser. Un klystron constitue une source de puissance suffisante pour assurer une détection linéaire au niveau de la fréquence du maser. Nous avons donc d'abord accroché le klystron sur l'oscillateur à quartz au moyen d'une technique établie, déjà utilisée par OLIVIER [9]. Nous décrirons d'abord cet asservissement qui a pu être réalisé avec les éléments électroniques utilisés dans les précédentes expériences. Le quartz joue alors le rôle d'oscillateur de référence et transfère sa stabilité relative au klystron.

1° DESCRIPTION DE L'ASSERVISSEMENT DU KLYSTRON.

L'expérience que nous avons effectuée utilise le 1 320ième harmonique du quartz oscillant à la fréquence de 9,054 973 MHz qui donne un signal de battement avec le klystron X 13 précédemment décrit. Ce signal à 15 MHz amplifié, est comparé

en phase avec une référence auxiliaire à 15 MHz ce qui permet d'obtenir une tension de correction agissant sur le klystron (fig. 24).

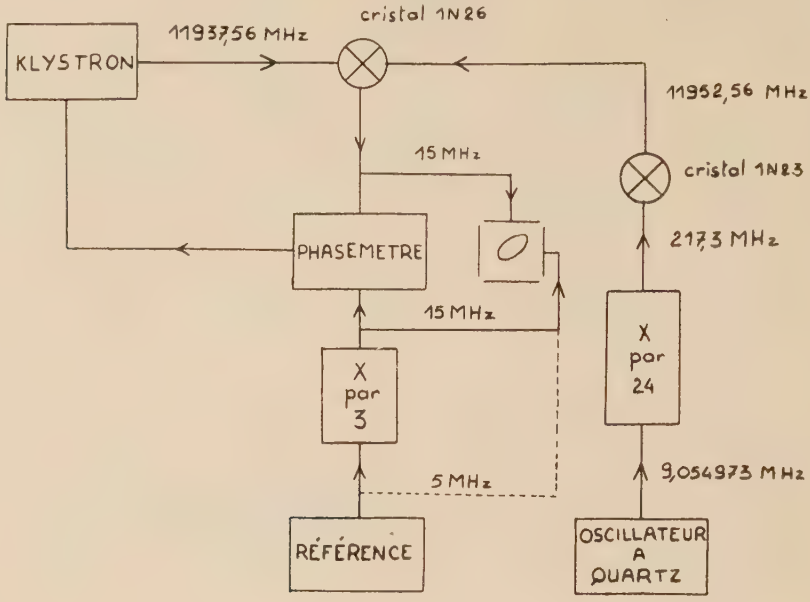


Fig. 24

Le phasemètre est identique à celui utilisé pour l'asservissement du klystron sur le maser ; sa grande largeur de bande lui donne des performances suffisantes pour fonctionner correctement à 15 MHz. Ceci permet de passer aisément de l'asservissement du klystron sur le maser à l'asservissement du klystron sur le quartz.

L'asservissement du klystron sur le quartz est facilité par le bon rapport signal sur bruit dont on bénéficie au niveau du battement à 15 MHz. Ceci se traduit par un asservissement plus solide que dans le cas de l'asservissement sur le maser.

2° MÉTHODE D'ASSERVISSEMENT DU QUARTZ.

En modifiant la fréquence du quartz, on entraîne le klystron asservi de manière à obtenir un battement à 5 MHz entre l'harmonique deux du klystron et le maser. Ce signal est amplifié et comparé en phase avec une référence à 5 MHz. Le phasemètre à 5 MHz donne un signal de correction qui agit sur l'oscillateur à quartz par l'intermédiaire d'une « Varicap » montée dans le circuit oscillant.

L'accrochage est contrôlé par les oscilloscopes utilisés dans les asservissements précédemment décrits (fig. 25).

3° RÉSULTATS.

On dispose d'un oscillateur radiofréquence de haute stabilité par une autre technique que celle décrite précédemment. Cette technique est relativement plus simple à réaliser pour deux raisons :

— l'asservissement en phase d'un klystron sur un quartz est plus solide que l'asservissement en phase d'un klystron sur le maser ;

— l'asservissement de l'oscillateur à quartz sur le maser ne nécessite pas une bande passante large, ce qui permet de diminuer la bande de bruit tout en ayant un asservissement suffisamment stable.

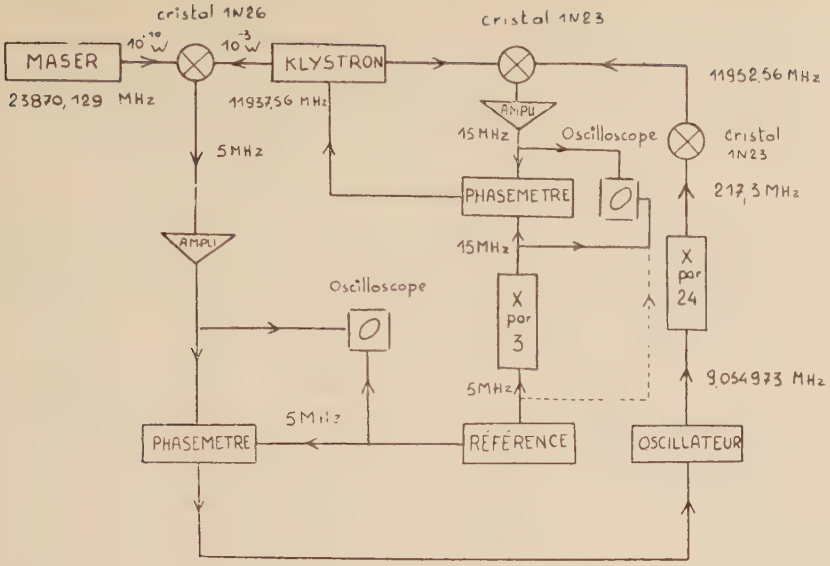


Fig. 25

D — UTILISATION DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE POUR UNE COMPARAISON DE FREQUENCE

Cette expérience a été réalisée dans le but de vérifier la qualité du klystron asservi en phase sur le maser. Nous avons fait battre l'harmonique d'un quartz métrologique avec le klystron asservi. L'ensemble revient à comparer la fréquence du maser à celle de l'harmonique d'un quartz.

1° PROCESSUS DE LA COMPARAISON DE FRÉQUENCE.

Le klystron asservi sur le maser est calé à la fréquence de 11 937,56 MHz ; on sélectionne le battement entre le klystron et le 2 385ième harmonique d'un quartz à 5 MHz. Ce battement multiplié par deux est comparé à l'harmonique 5 du quartz à 5 MHz. Le signal obtenu à 129 kHz est amplifié et peut être compté. Par ailleurs, on utilise comme référence auxiliaire à 5 MHz le quartz que l'on veut contrôler (fig. 26).

Les techniques électroniques utilisées sont semblables à celles décrites plus haut, tant pour les amplificateurs que pour la multiplication de la fréquence.

2° SENSIBILITÉ DE LA MÉTHODE.

Si l'on utilise le maser comme étalon primaire, le comptage de la fréquence 129 kHz reflète les fluctuations du quartz à contrôler multipliées par le rang de l'harmonique utilisé.

Le calcul donne :

$$\Delta \text{ (fréquence comptée)} = 4\,774\ \Delta F \text{ quartz}$$

Les fluctuations du quartz sont donc multipliées par 4 774.

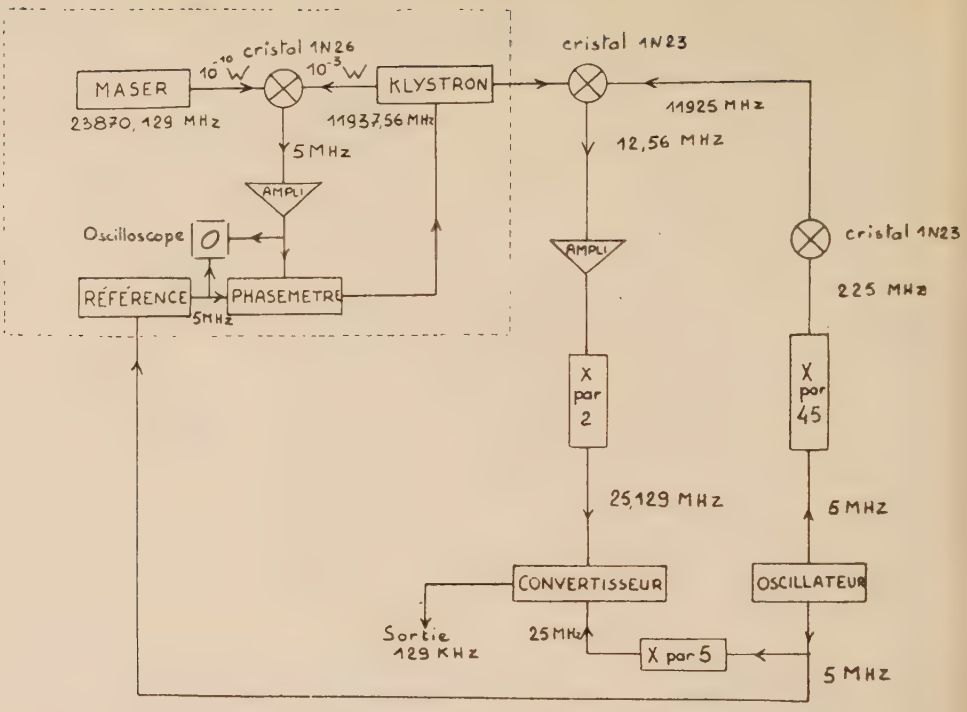


Fig. 26

3° PURETÉ SPECTRALE DU SIGNAL OBTENU.

Nous avons comparé la pureté spectrale du signal obtenu en observant le battement :

— d'une part entre le maser et l'harmonique d'un quartz métrologique,

— d'autre part entre le klystron asservi en phase et l'harmonique du même quartz.

La méthode d'analyse de spectre, mise au point par OLIVIER [8], donne des spectres identiques pour les deux battements (fig. 27).

4° RÉSULTATS.

L'accrochage en phase peut donc être éventuellement employé pour une comparaison de fréquence. Nous l'avons effectivement utilisé pour contrôler des fluctuations de divers quartz. En particulier, on peut mettre facilement en évidence les fluctuations d'un quartz thermostaté par un système à tout ou rien (fig. 28 et 29).

Par ailleurs, si le système a une bande passante suffisante, il permet de mesurer directement les fluctuations d'un klystron à l'état libre (fig. 30).

Remarque. — On peut aussi effectuer une comparaison de fréquence à l'aide du klystron asservi au quartz lui-même asservi sur le maser. Nous avons comparé les résultats obtenus :

— premièrement, par comparaison de l'harmonique d'un quartz métrologique avec le klystron asservi sur le maser ;

— deuxièmement, par comparaison de l'harmonique d'un quartz métrologique avec le klystron asservi sur un oscillateur à quartz lui-même asservi en phase sur le maser.

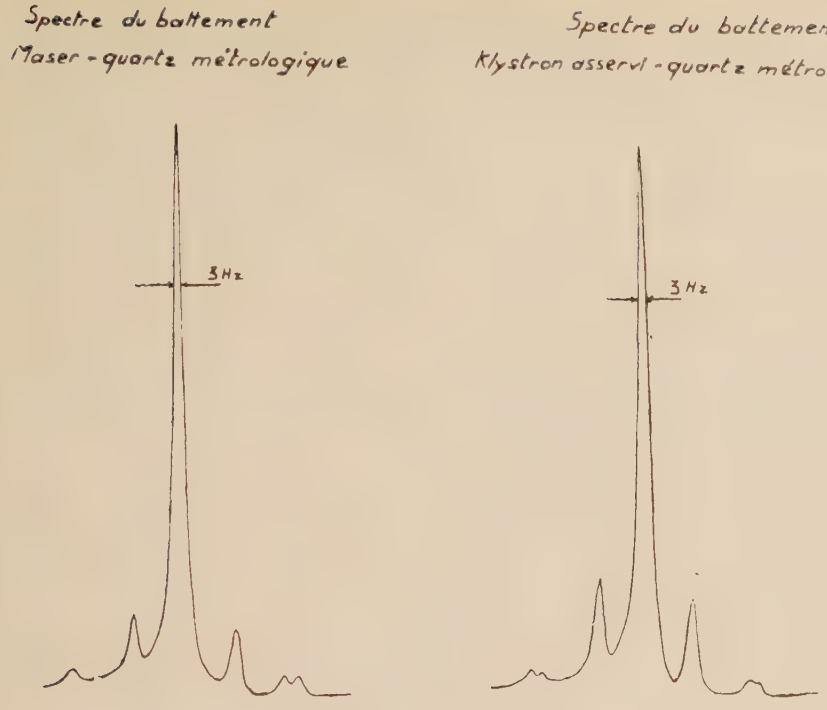


Fig. 27

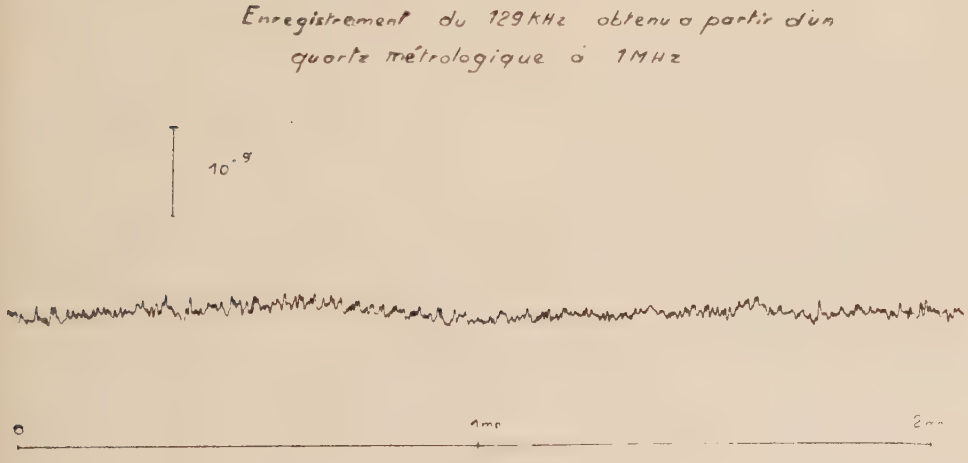


Fig. 28

Les résultats (fig. 31) sont identiques comme on peut le prévoir, mais la première comparaison est plus simple à mettre en œuvre que la seconde.

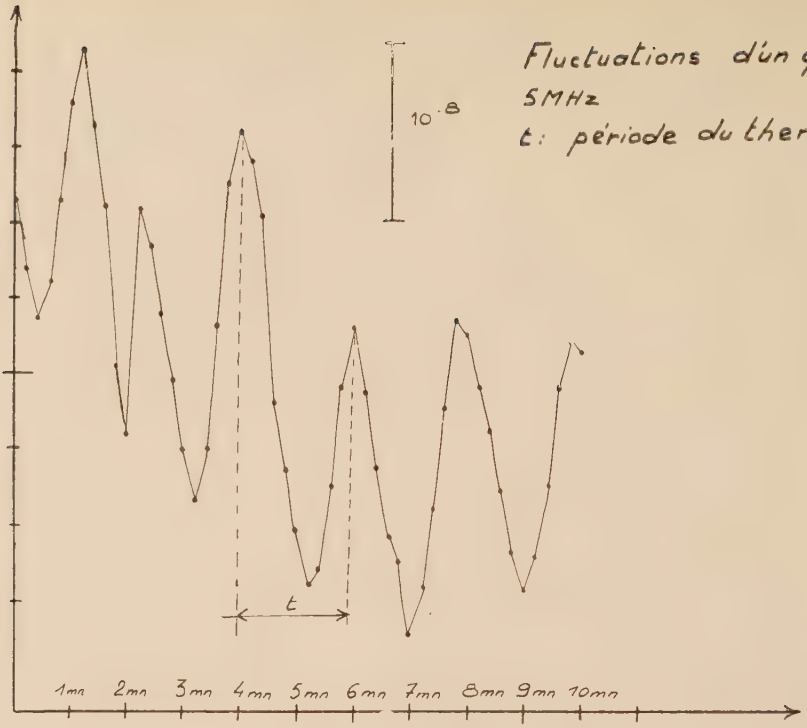

Fluctuations d'un quartz à 5MHz
t : période du thermostat
10⁻⁸
t
1mn 2mn 3mn 4mn 5mn 6mn 7mn 8mn 9mn 10mn

Fig. 29

Fluctuations d'un klystron libre
10 kHz ≃ 10⁻⁶
1mn 2mn 3mn 4mn 5mn 6mn 7mn 8mn

Fig. 30

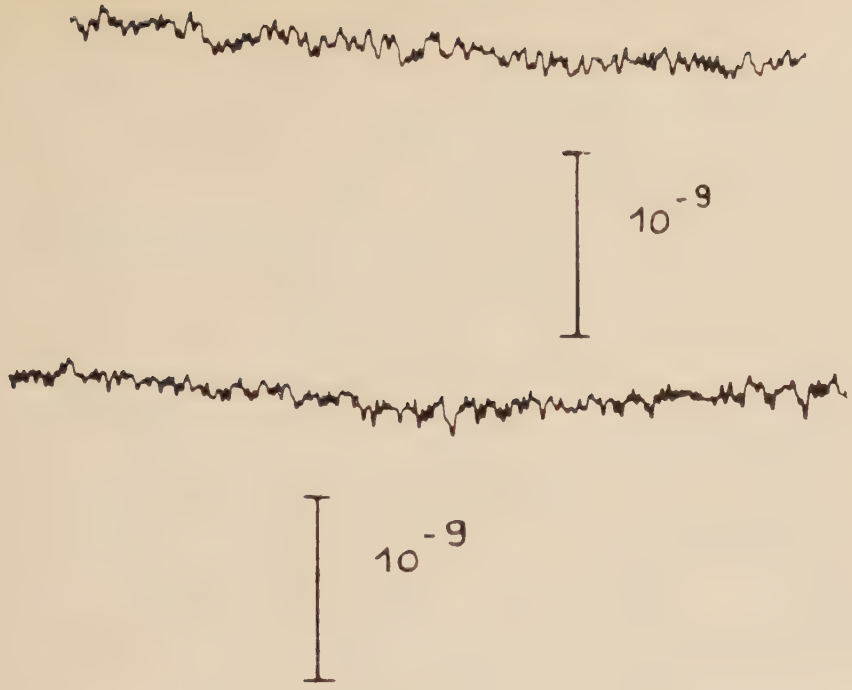


Fig. 31

CONCLUSION

Notre travail a montré que la méthode de l'asservissement en phase permet de reporter sur un oscillateur quelconque la stabilité d'un maser oscillateur avec ou sans référence auxiliaire.

Suivant les besoins de l'utilisateur, la méthode permet d'obtenir soit un ensemble de fréquence (« standard de fréquence » ayant la stabilité relative du maser) ou, au contraire, de disposer d'un oscillateur de très haute pureté spectrale mais éventuellement de fréquence variable.

Elle peut se montrer féconde aussi bien dans des applications de mesure du temps que dans des études de spectroscopie à haute résolution (spectroscopie des gaz, résonance magnétique). Un progrès important peut être obtenu en ce qui concerne la miniaturisation et la sûreté d'emploi par l'utilisation des semi-conducteurs.

Nous espérons pouvoir apporter notre contribution aux développements d'ensembles utilisant l'asservissement en phase.

BIBLIOGRAPHIE

[1] GEORGE (T.S.). — *P.I.R.E.*, vol. 39, p. 124-131, February 1951.

[2] GILLE, DECAULNE, PÉLEGRIN. — *Théorie et calcul des asservissements*, Dunod, Paris, 1958.

[3] GRIVET et BLAQUIÈRE. — *Le bruit de fond*, Masson, 1958.

[4] GRUEN (W.J.). — *P.I.R.E.*, vol. 41, p. 1043-1049, August 1953.

[5] HARDIN (J.). — *Thèse*, Besançon, 1962.

[6] JELONEK, CELINSKI et SYSKI. — *Proc. I.E.E.*, vol. 101, *4*, p. 108-117, November 1953.

[7] LABIN (E.). — Théorie de la synchronisation par contrôle de phase, *Philips Res. Rep.*, Août 1941.

[8] OLIVIER (M.). — *Comptes Rendus Académie des Sciences*, *256*, p. 4376-4377.

[9] OLIVIER (M.). — *Journal de Physique et le Radium*, p. 144A, n° 12, 23, Décembre 1962.

[10] PETER (M.) et STRANDBERG (M.W.P.). — *P.I.R.E.*, p. 869-873, July 1955.

[11] REY (T.J.). — *P.I.R.E.*, p. 1760-1770, October 1960.

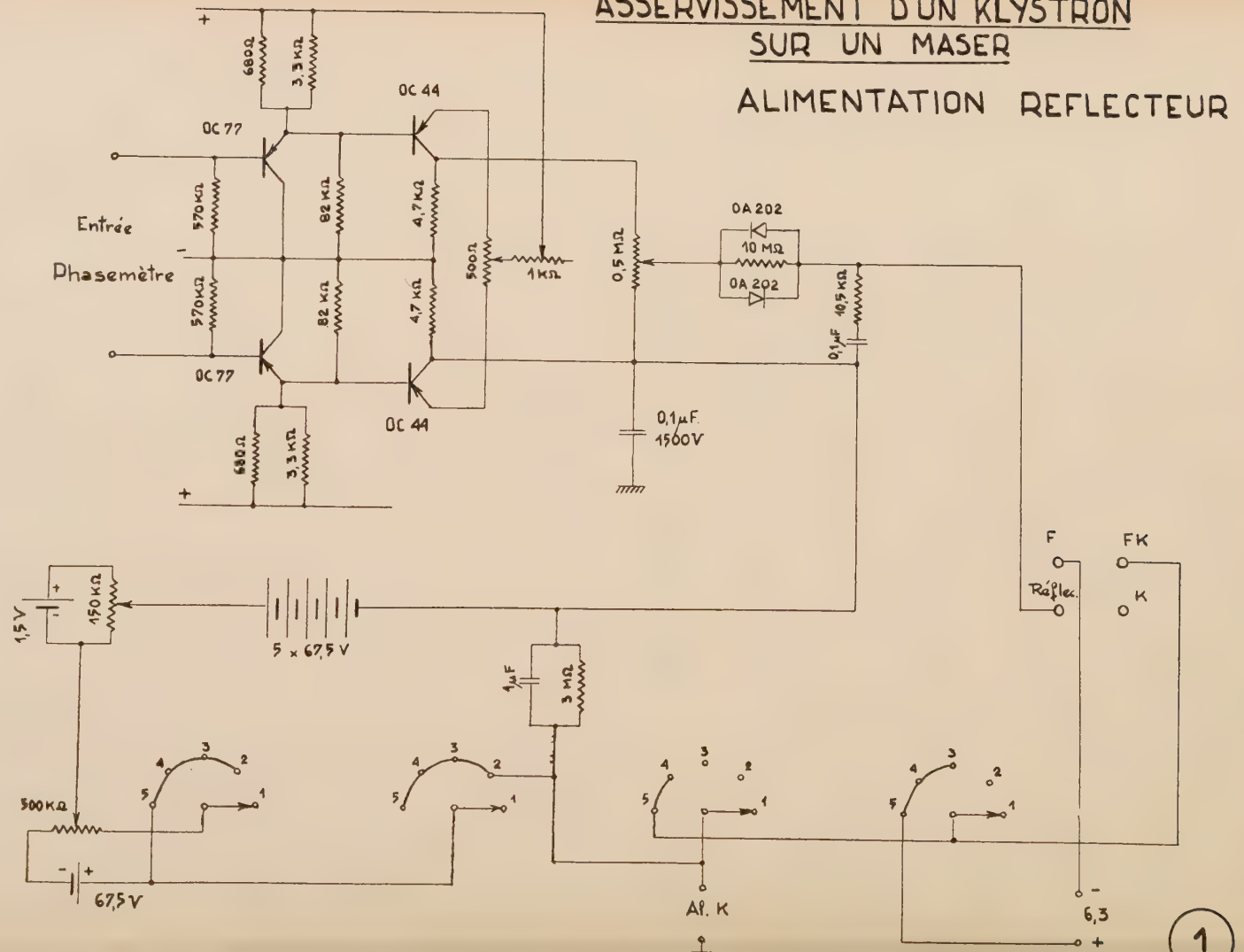
[12] STOKER (J.J.). — Monolinear Vibrations, *Interscience Publishers* (1950).

[13] SYSKI (R.). — *Investigation of Synchronized Oscillators*, Diploma Thesis, Polish University College, London, 1951.

DOSSIER TECHNIQUE

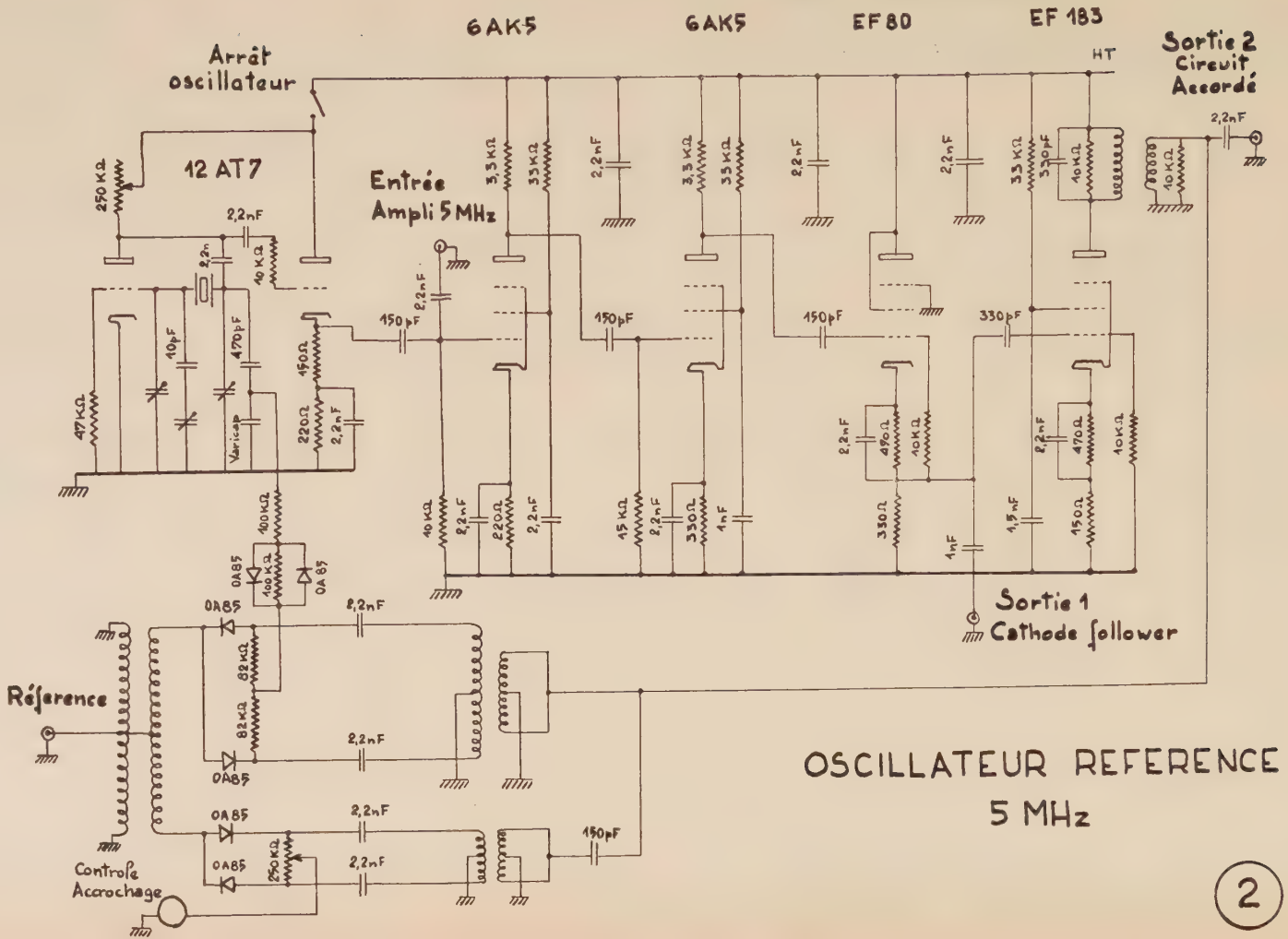
ASSERVISSEMENT D'UN KLYSTRON SUR UN MASER

ALIMENTATION REFLECTEUR



1

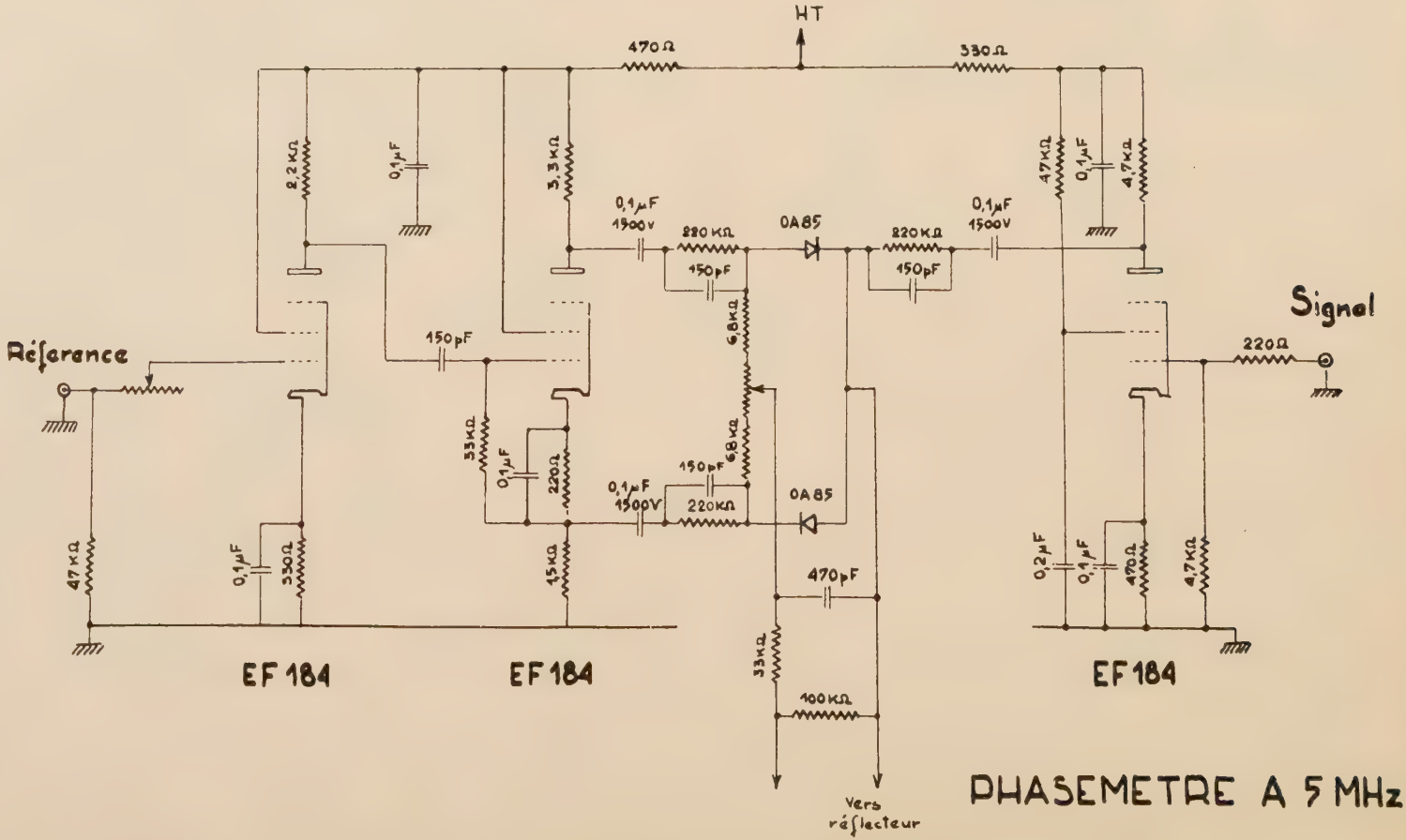
ASSERVISSEMENT D'UN KLYSTRON SUR UN MASER



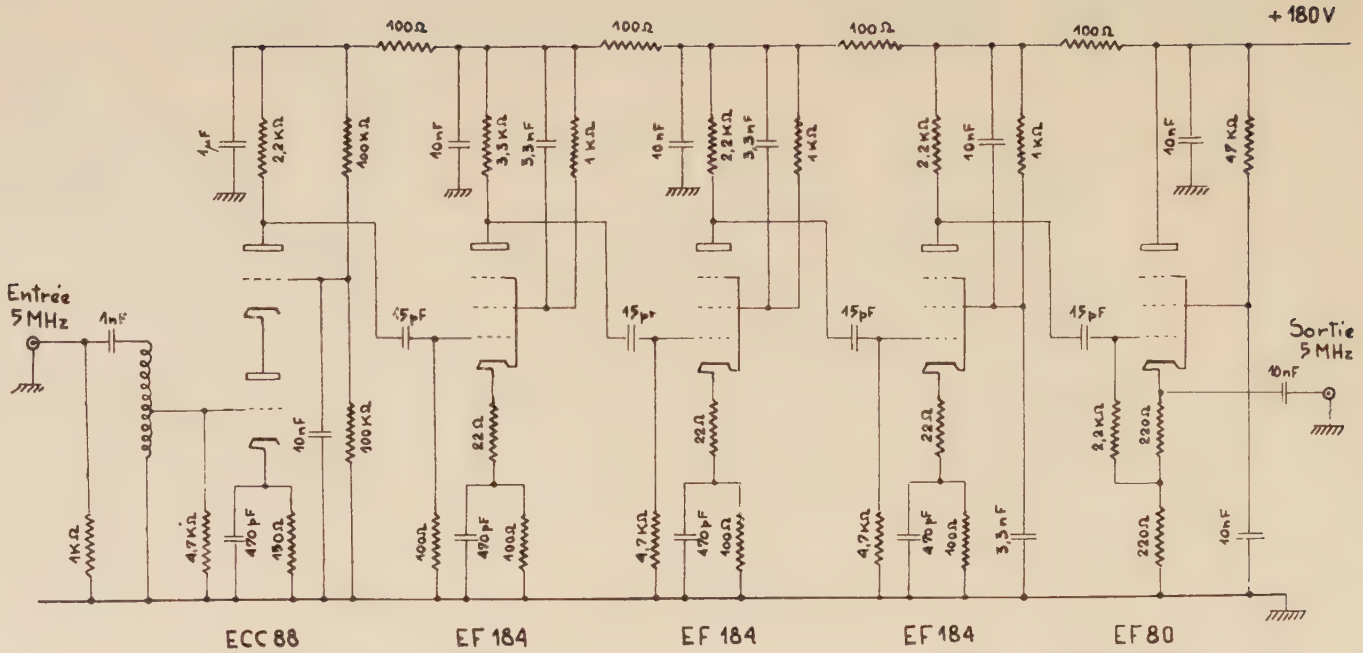
OSCILLATEUR REFERENCE
5 MHz

(2)

ASSERVISSEMENT D'UN KLYSTRON SUR UN MASER



PHASEMETRE A 5 MHz



Gain = 9000

Bruit sortie 7mV

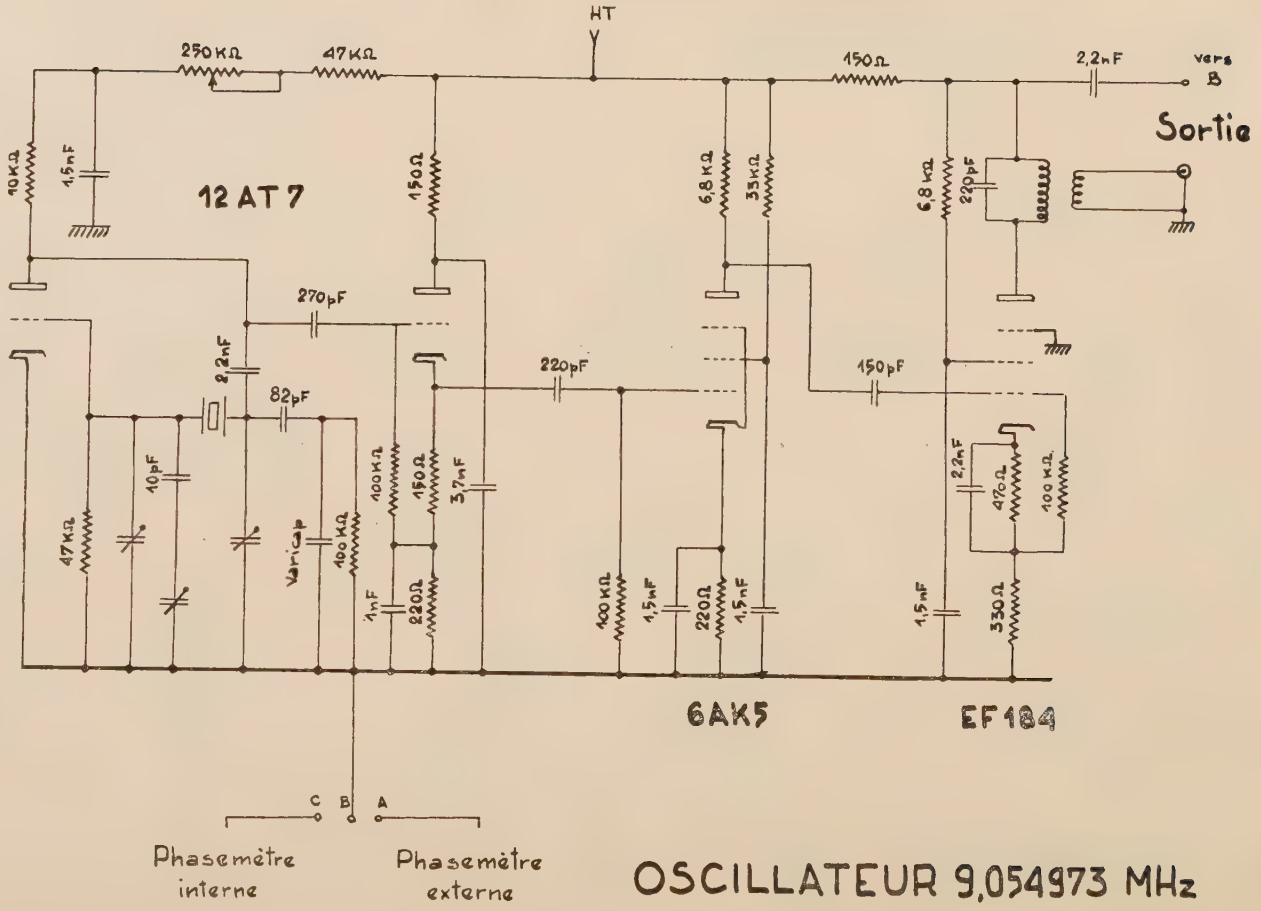
Bruit entrée 0,8 µV

Bande passante 3 dB 2,5 MHz

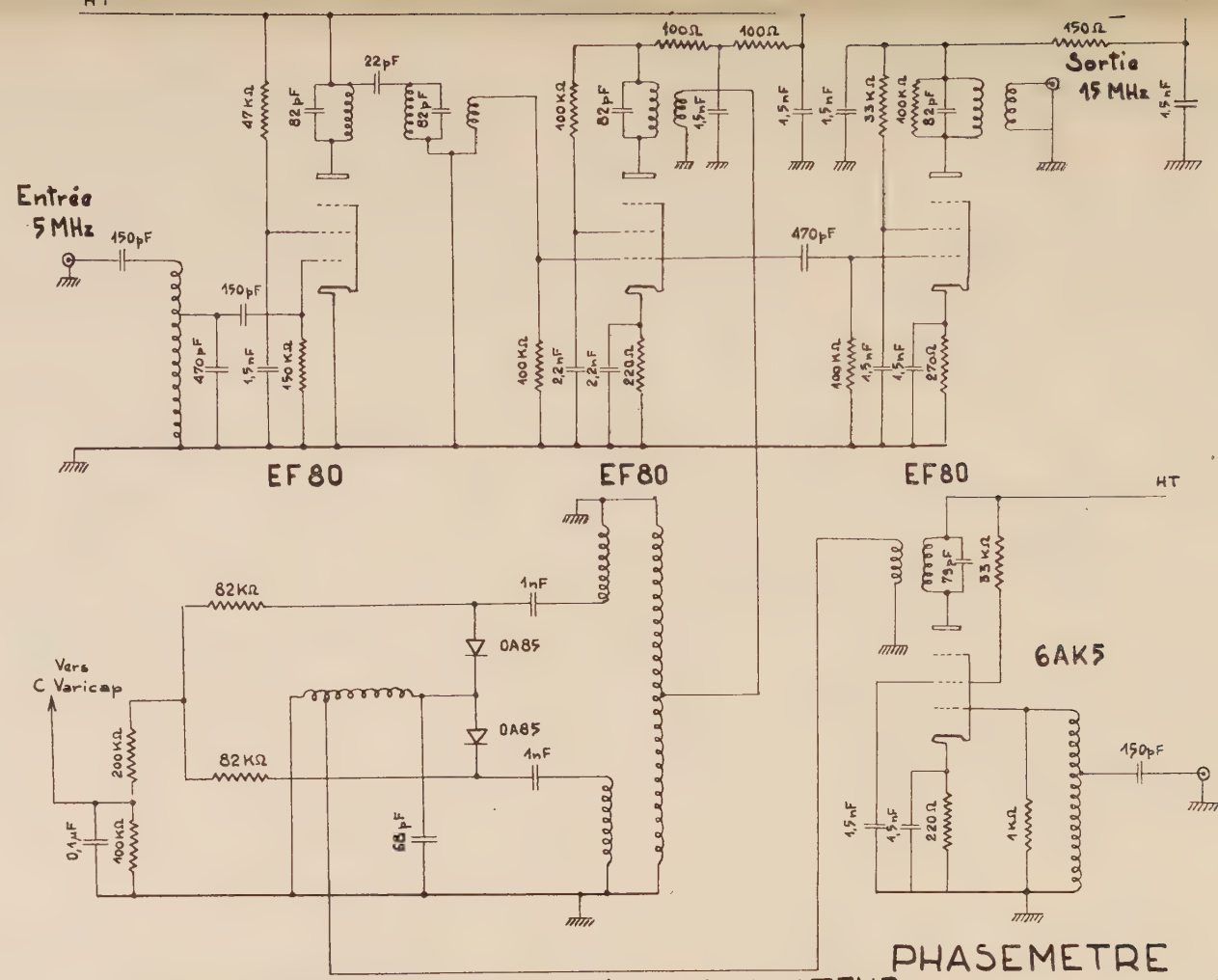
AMPLIFICATEUR 5 MHz

4

ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR RADIOFREQUENCE



OSCILLATEUR 9,054973 MHz

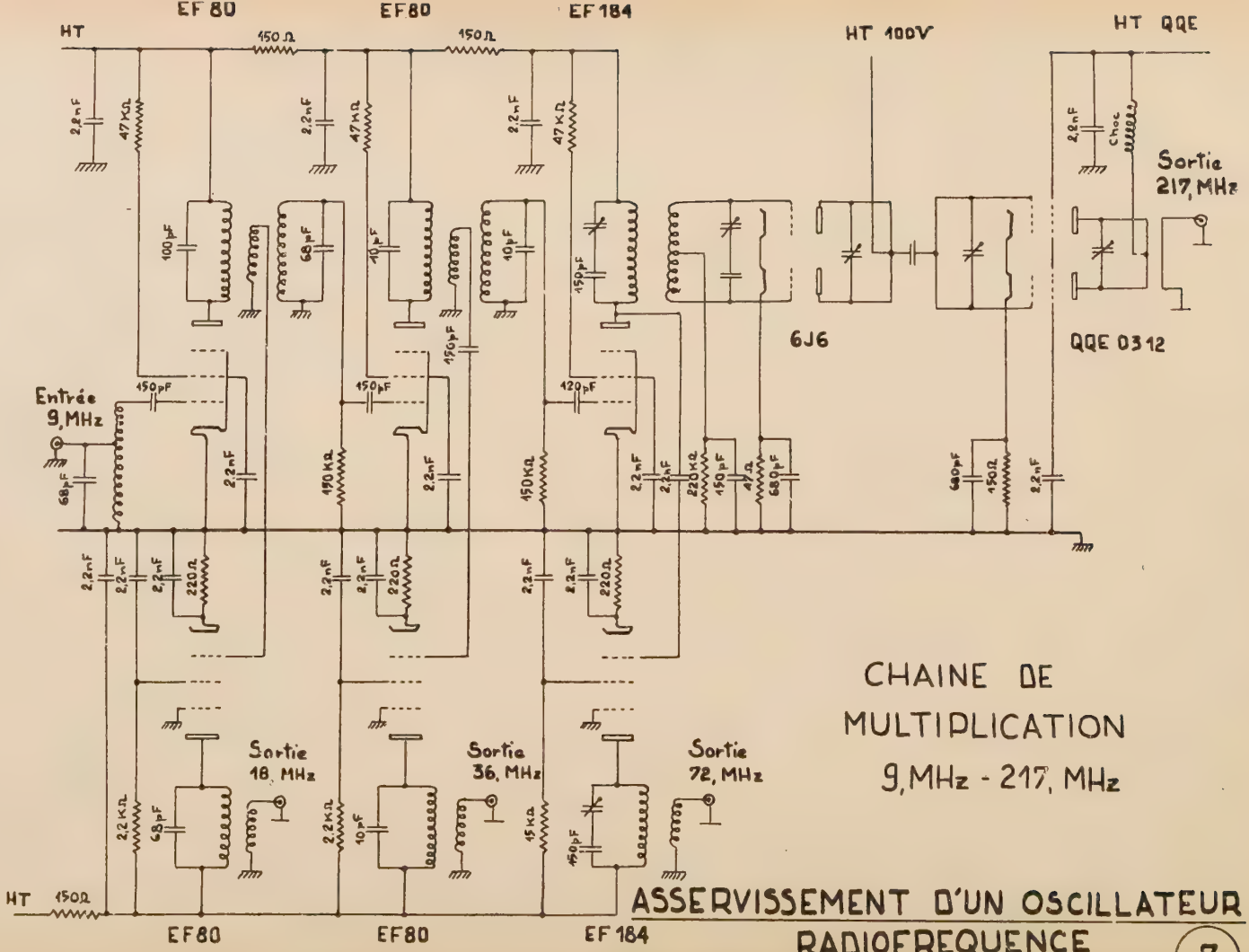


ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR RADIOFREQUENCE

PHASEMETRE

Chassis oscillateur 3,054973 MHz

6



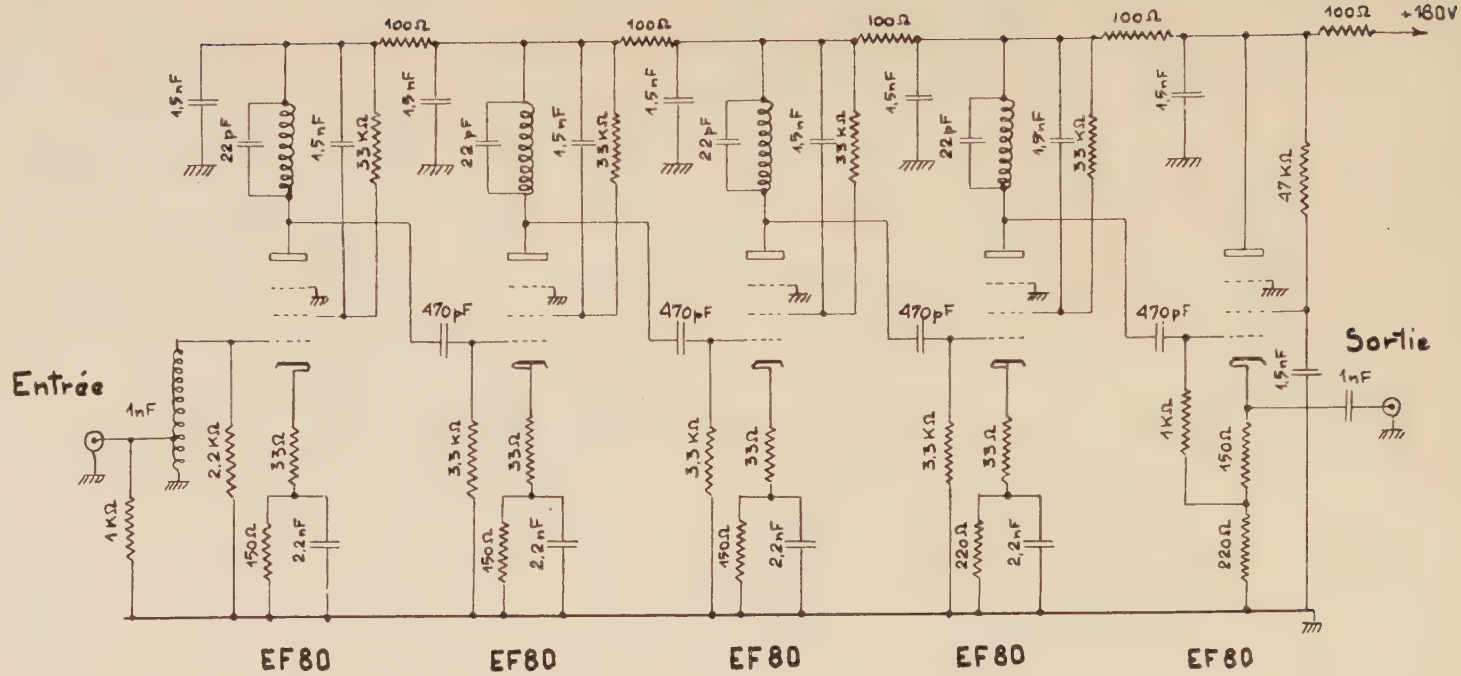
CHAINE DE MULTIPLICATION

9, MHz - 217, MHz

ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR RADIOFREQUENCE

7

ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR RADIOFREQUENCE



Gain = 8500

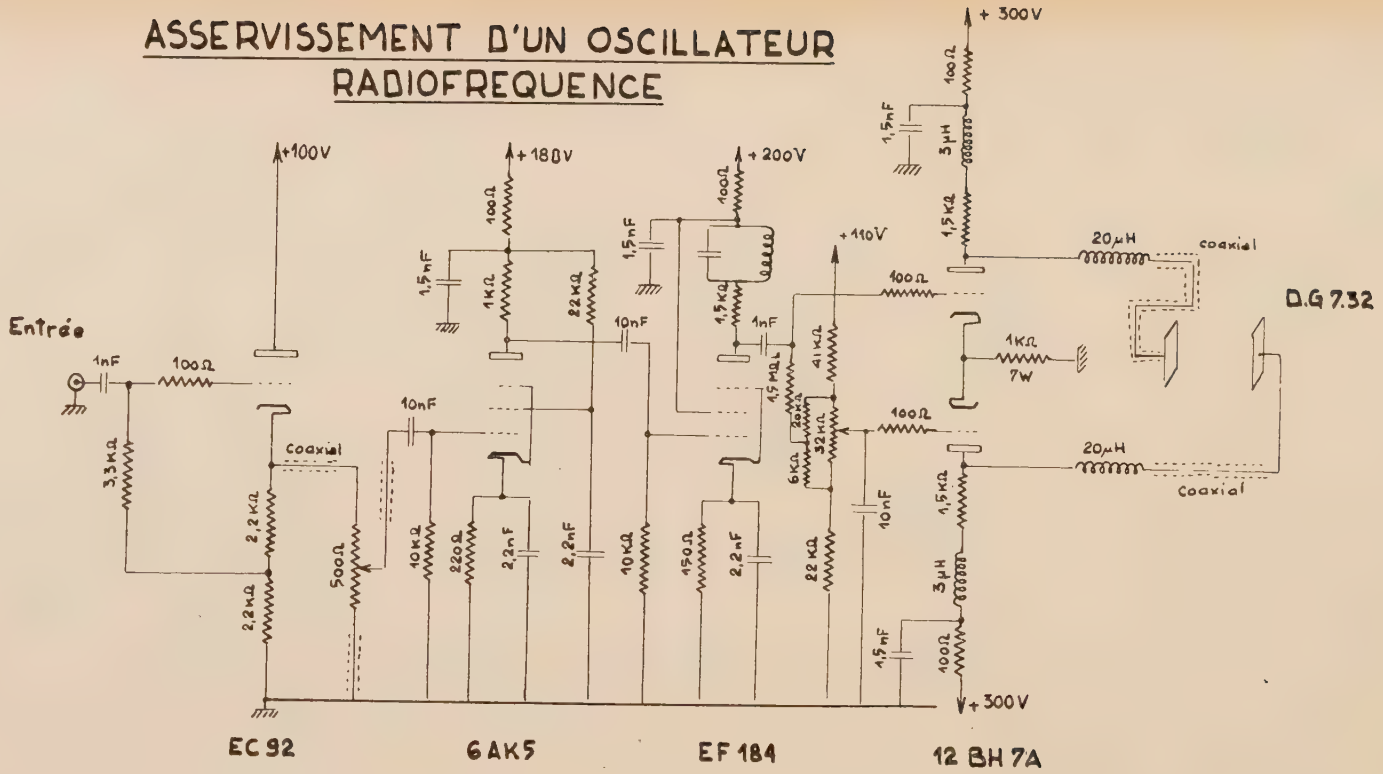
Bruit sortie = 10 mV

Bruit entrée = 1,2 µV

AMPLIFICATEUR 15 MHz

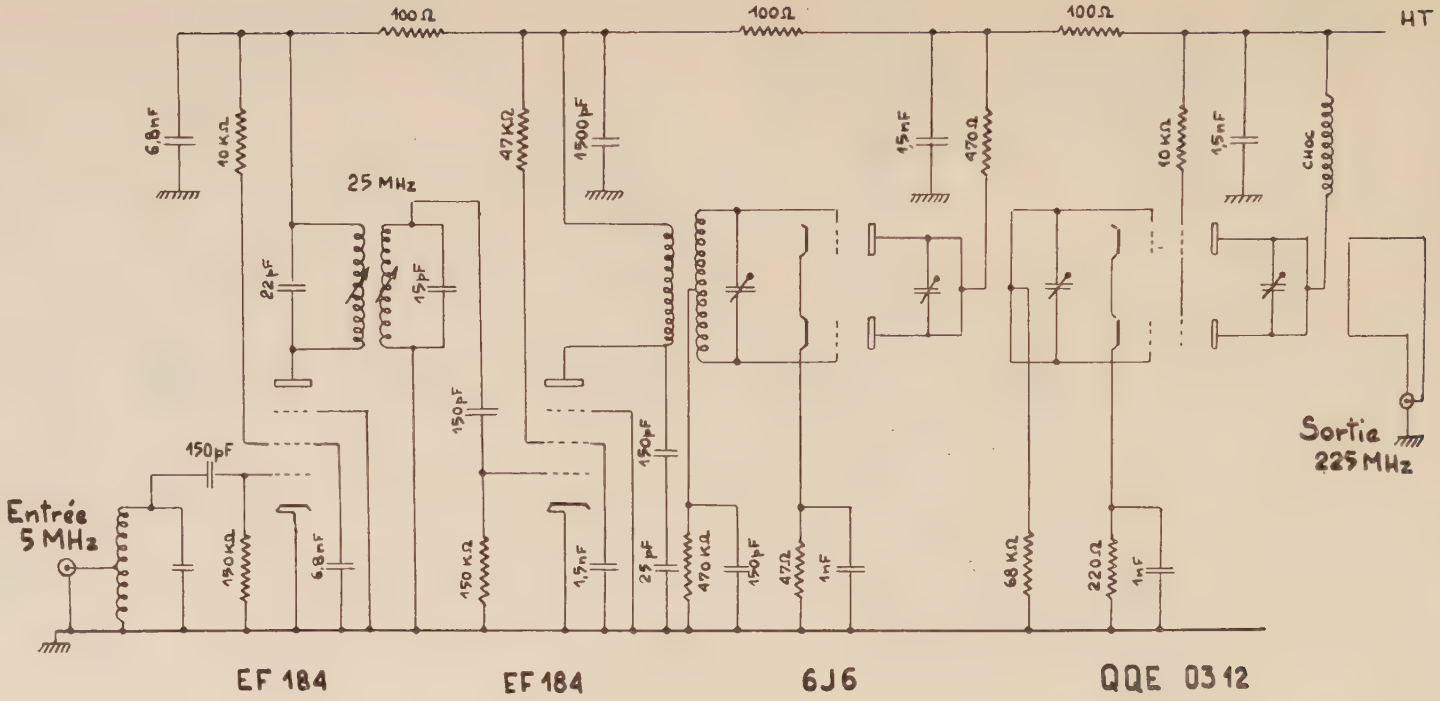
8

ASSERVISSEMENT D'UN OSCILLATEUR RADIOFREQUENCE



AMPLIFICATEUR DE L'OSCILLOGRAPHE X.Y.

BANDE de FREQUENCE 5 MHz à 15 MHz



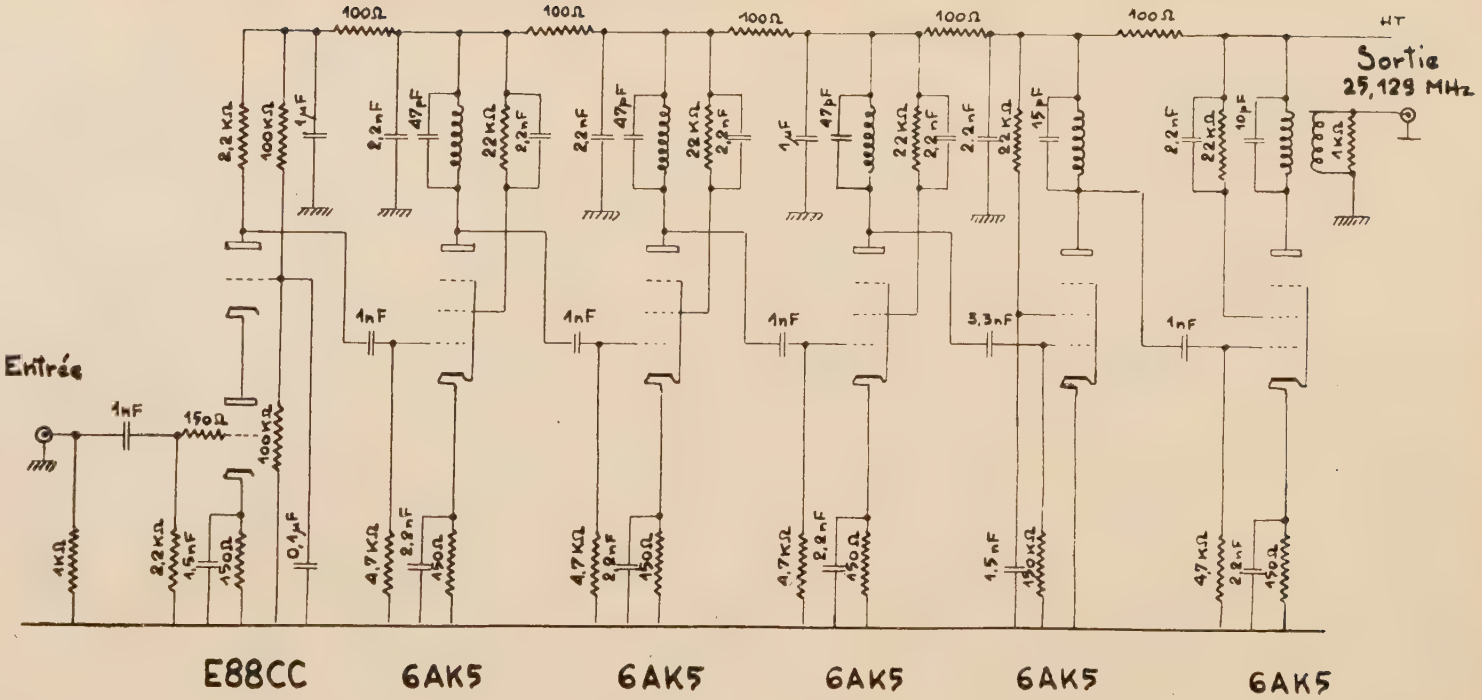
Entrée 1V à 5MHz

Sortie 7,5 V sur 50Ω

CHAINE DE MULTIPLICATION 5 - 225 MHz

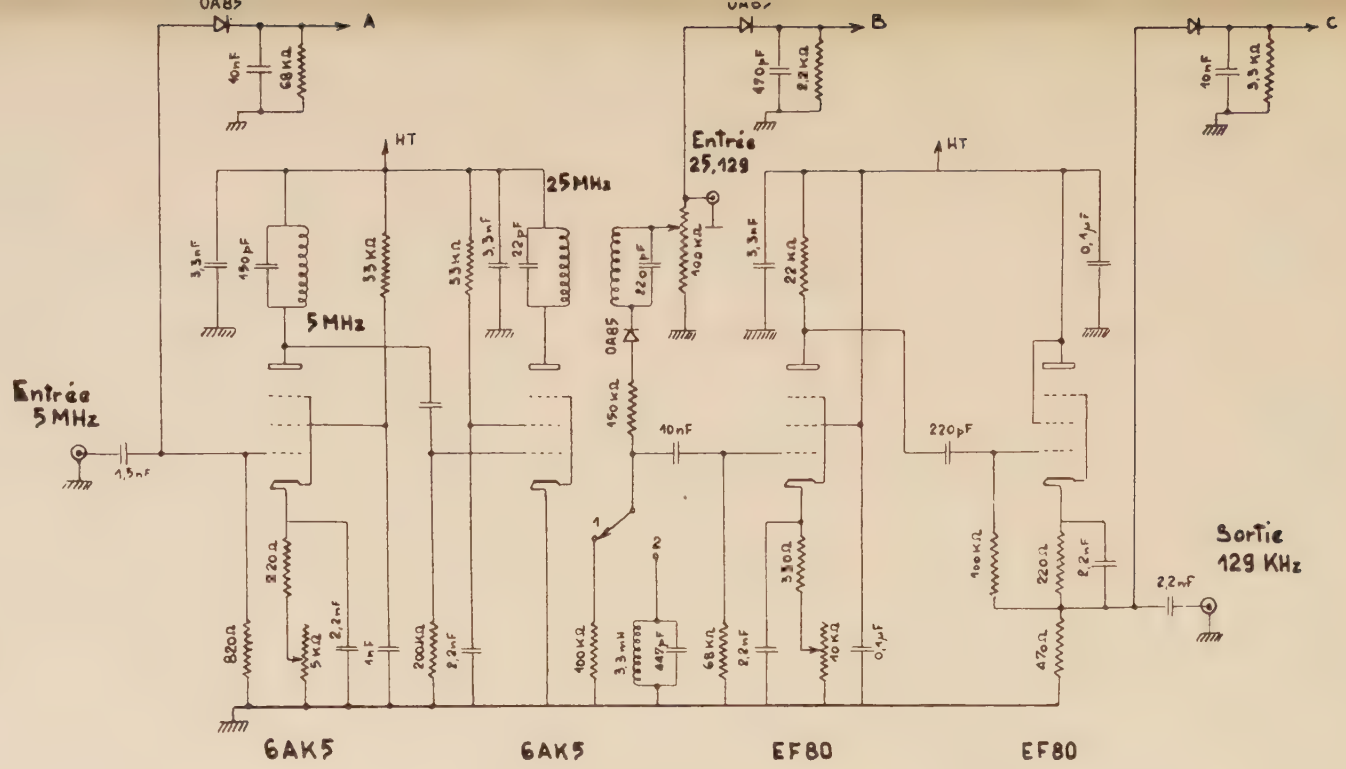
10

COMPARAISON DE FREQUENCE



MULTIPLICATEUR

12,56 - 25,129 MHz



A Niveau 5 MHz
B " 25,129 MHz
C " 129 KHz

1 Large bande
2 Bande étroite

CONVERTISSEUR

COMPARAISON DE FREQUENCE

DEUXIÈME THÈSE

COMPARAISONS D'ETALONS DE FREQUENCE

N° 18

Jury : MM. P. MESNAGE, président ;
J. DELHAYE, examinateur ;
J. UEBERSFELD, examinateur.

Besançon, le 17 septembre 1963

Le Doyen :
R. JACQUEMAIN.

Vu et permis d'imprimer,
Besançon, le 19 septembre 1963

Le Recteur :
F. PONTEIL.

ACHEVÉ D'IMPRIMER
SUR LES PRESSES
- DE L'IMPRIMERIE -
- NEO - TYPO -
Besançon